

## Parte Seconda

### Caratteri matematici nell'arte

Ho cercato finora (nella Parte prima) di esporvi i comuni motivi della creazione matematica e di quella artistica: a base dell'una e dell'altra sta una profonda commozione estetica che si affida alla fantasia e all'intuizione per concretarsi, e solo in un secondo tempo — per la matematica — si affida alla logica per rendersi comunicabile.

Un altro aspetto, per così dire reciproco, della comune natura della matematica e dell'arte sta nei caratteri matematici, di armonia, di simmetria, di struttura che si riscontrano nell'arte.

A mettere in evidenza questi caratteri sceglierò esempi dalle varie arti.

E cominciamo dalla più antica di esse, la musica. Già dal tempo dei Greci la musica faceva parte della matematica che si divideva in aritmetica, musica, geometria, astronomia costituenti il *quadrivio*, opposto al *trivio* della grammatica, retorica, dialettica. Questa divisione si conserva nel medio-evo. Perché la musica fosse considerata come parte della matematica è evidente: le nozioni stesse di ritmo, cioè di periodicità, di altezza dei suoni sono nozioni di carattere matematico. Ma la connessione fra matematica e musica è più profonda: già Pitagora (VI sec. a.C.) aveva scoperto i semplici rapporti fra le lunghezze delle corde e le altezze dei suoni da esse prodotti per vibrazione. E questi semplici rapporti suggeriscono nuovi concetti matematici su cui lasciano l'impronta del linguaggio comune: così da *armonia* è derivata la nozione di *proporzione armonica* fra tre numeri  $\left(\frac{1}{a} : \frac{1}{b} = \frac{1}{b} : \frac{1}{c}\right)$ , dovuta ad Archita da Taranto (contemporaneo di Platone; V-IV sec. a.C.): si trovano appunto in questa proporzione le lunghezze delle corde che danno le note DO, MI, SOL.

Anche il nome di *moto armonico*, il cui interesse fondamentale si è rivelato in tutta la fisica (acustica, ottica, ela-

sticità, elettronica), ha origine musicale: i suoni sono dovuti a movimenti di questo tipo di particelle di corpi elastici.

Dalla musica passiamo alla poesia.

Anche qui tutta la prosodia, con il numero delle sillabe e le loro lunghezze in ciascun verso e con le rime, ha un substrato numerico. Ma la natura mistico-religiosa attribuita ai numeri fin dalla piú remota antichità penetra piú a fondo anche nelle piú grandi opere poetiche. Prendiamo un esempio dalla piú grande di esse, la Divina Commedia. E non mi riferisco alla sua solida architettura che, dopo il primo Canto introduttivo, ripartisce equamente i novantanove Canti rimanenti nelle tre Cantiche.

Il Poema sacro, « al quale han posto mano e cielo e terra », che assomma tutte le conoscenze naturali e filosofico-religiose del Medio-Evo, descrive, come ognuno sa, il trionfo di Dio, e la salvezza dell'uomo mercé la Redenzione, sulla mala bestia satanica dell'Apocalisse mandata a sedurre gli uomini, la lupa dantesca.

« Maledetta sie tu, antica lupa,  
Che piú che tutte l'altre bestie hai preda  
Per la tua fame senza fine cupa ».

Dante invoca la venuta del Veltro a cacciar la mala Bestia:

« O ciel, nel cui girar par che si creda  
Le condizion di quaggiú trasmutarsi,  
Quando verrà per cui questa disceda? ».

La risposta a questa invocazione verrà piú tardi quando Beatrice sulla vetta del Purgatorio avrà mostrato a Dante il simbolico carro della Chiesa trasformato in cosa mostruosa su cui stanno un gigante ed una prostituta. Ed ecco il vaticinio:

« Non sarà tutto tempo senza reda  
L'aquila che lasciò le penne al carro  
Per che ei divenne mostro e poscia preda.  
Ch'io veggio certamente, e perciò il narro,

A darne tempo già stelle propinque  
 Sicure d'ogni intoppo e d'ogni sbarro  
 Nel quale un Cinquecento Dieci e Cinque,  
 Messo di Dio, anciderà la fuja  
 E quel gigante che con lei delinque ».

Il sigillo o numero della mala Bestia è già indicato nell'Apocalisse con 666: e ora Dante, fedele alla mistica dei numeri, indica il « Messo di Dio », il Veltro, con Cinquecento Dieci e Cinque.

All'animale satanico mandato dall'inferno a sedurre gli uomini, il 666, è opposto l'animale celeste, il Veltro, il 515, che lo ricaccerà nella sua triste dimora.

Ma che significa quel 515? E' questo uno dei piú resistenti enigmi danteschi alla cui soluzione sono stati dedicati innumeri sforzi e congetture. A me pare che la soluzione proposta da R. Benini, per la sua semplicità e per le argomentazioni che la sostengono (e che qui non è possibile riferire), sia del tutto soddisfacente. Si scrivano i tre numeri enunciati da Dante con i loro simboli nella numerazione romana, cioè D, X, V. L'uso delle iniziali maiuscole è comunissimo in latino per denotare nomi; e la X (prossima alla « chi » greca) è l'abbreviazione usuale latina per Christus.

E allora la sigla DXV acquista il significato plausibile di

#### DANTES XRISTI VELTRIS

con la quale Dante (che solo quando non può evitarlo scrive nella Commedia il suo nome) annuncia in forma enigmatica se stesso come il Veltro di Cristo.

Accettata questa interpretazione dell'enigma nuovi impensati ricorsi numerici, e non casuali, si scoprono, col Benini, nella Divina Commedia.

Il 666 e il 515, il numero della mala Bestia e quello della bestia liberatrice, sono per così dire i cardini numerici della Commedia.

Orbene il Benini ha constatato che tutte le distanze (in numero di versi) che separano le varie profezie riguardanti Dante, la sua « nazione » o gente e la sua missione risultano combinazioni lineari a coefficienti interi e semplici dei nu-

meri 666 e 515 (cioè del tipo  $a \cdot 666 + b \cdot 515$  con  $a, b$  interi semplici). E la frequenza di queste combinazioni è tale da escludere ch'essa sia dovuta al caso: sicché questi ricorsi numerici, o consonanze di argomento a intervalli regolati, sono un elemento voluto nella struttura del Poema.

I legami fra la matematica e l'arte si rivelano particolarmente cospicui e per così dire necessari nelle arti figurative. I rapporti di grandezze, la distribuzione delle masse nello spazio, le illusioni prospettiche, i giochi delle luci e delle ombre sono altrettanti elementi pertinenti alla geometria.

Questi rapporti sono così naturali nel campo delle arti figurative che hanno portato naturalmente alla ricerca di *formule estetiche* per la misura del bello.

Il primo tentativo in questo senso è forse dell'Olandese Hemsterhuis del sec. XVIII. Egli ha espresso il seguente criterio relativo: « il bello presenta il massimo numero di idee nel minimo tempo ».

Maggiori precisazioni non sono forse possibili se non riferendosi ad un tipo ben determinato di oggetti.

A. Speiser, un distinto matematico svizzero di larga cultura umanistica, ha posto in rilievo che il soddisfacimento estetico procurato da determinate costruzioni architettoniche (rosoni di chiese, volte) è strettamente legato a gruppi finiti ammessi dalle loro strutture.

L'americano G. D. Birkhoff ha cercato di precisare una misura estetica per oggetti relativamente semplici, come i vasi rotondi. Ci si può riferire per questi alle loro curve meridiane. Su una di queste curve l'occhio nota subito alcuni *punti notevoli*: tali sono p. es. i punti terminali, i punti in cui la curva da concava diviene convessa o punti inflessionali, i punti a distanza massima o minima dall'asse, i punti angolosi (con variazione brusca della tangente), i punti nei quali la tangente è perpendicolare all'asse.

Il numero totale di questi punti notevoli è definito come misura della *complessità* del vaso.

Ora è chiaro che l'aspetto del vaso *non* è definito dal solo numero di questi punti, ma anche dalle relazioni intercedenti fra essi in rapporto all'asse del vaso (distanze ver-

ticali) o alla direzione perpendicolare (distanze orizzontali). Il numero totale delle relazioni che così si possono costruire viene assunto come misura dell'*ordine* del vaso.

Il Birkhoff assume come misura del piacere che procura la vista del vaso, o *misura estetica* di esso il rapporto fra l'ordine e la complessità. E la formula sembra accordarsi col piacere estetico.

Qualunque sia il valore di queste formule, esse tendono a chiarire a posteriori il contenuto estetico di un'opera d'arte; ma, si capisce, esse non hanno alcuna relazione necessaria con la creazione dell'opera stessa.

\* \* \*

L'unità sostanziale del pensiero artistico e del pensiero scientifico si manifesta invece in uno dei periodi che più inorgogliscono l'ingegno umano: il Rinascimento.

La fusione fra arte e geometria è così perfetta in questo periodo che è quasi impossibile separare quanto appartiene all'una e quanto all'altra nell'opera dei singoli artisti del Rinascimento.

Come dice il Burckhardt, « nell'Italia del Rinascimento noi ci scontriamo in singoli artisti, i quali in tutti i rami danno creazioni affatto nuove e perfette nel loro genere, e al tempo stesso emergono anche come uomini. Altri sono universali e abbracciano, oltreché la cerchia dell'Arte, anche il campo incommensurabile della Scienza con sintesi meravigliosa ».

Permettete che, a conferma della mia tesi — e a chiusura del mio dire — mi trattenga un poco ad illustrare questo intimo connubio fra arte e geometria, limitandomi a porre in evidenza per alcuni sommi artisti la parte ch'essi ebbero nella matematica.

Per comprendere la possibilità stessa di questo connubio bisogna rappresentarsi l'ambiente fiorentino del Quattrocento, culla del Rinascimento, in cui gli ingegni più vivaci e di formazione più disparata, umanisti e filosofi, pittori ed architetti, scienziati e viaggiatori vengono a contatto e si influenzano a vicenda nel creare nuove forme ed espressioni di vita.

Il motivo dominante del Rinascimento — l'uomo è la misura di tutte le cose — influenza anche l'arte. L'astrattismo della pittura dei secoli precedenti, piú simbolica che rappresentativa, non soddisfa piú: si guarda con occhio nuovo al mondo esterno, alla natura, e se ne domanda una rappresentazione adeguata. Di qui nasce il problema della prospettiva: si vuole una rappresentazione che dia una sensazione esatta della distribuzione degli spazi e delle masse sia in altezza che in profondità. Si trattava in sostanza di scoprire le regole con cui si passa da una figura assegnata nello spazio ad un'altra ottenuta da essa mediante operazioni di proiezione (dall'occhio) e di sezione (col quadro), cioè di creare quella che oggi chiamiamo Geometria Proiettiva.

La prima soluzione completa del problema della prospettiva si deve ad uno dei « padri del Rinascimento », Filippo Brunelleschi, il quale — a detta del Vasari — si serví di pianta e d'alzata, cioè, come diremmo oggi, del metodo delle proiezioni ortogonali o di Monge.

Di poco posteriore è Paolo Uccello che — sempre a detta del Vasari — « ridusse a perfezione il modo di tirare le prospettive » e « introdusse via modo e regola di metter le figure in sui piani dove elle posano i piedi » e « trovò similmente il modo di girar le crociere e gli archi delle volte », cioè — il che è molto importante — di rappresentare in prospettiva superficie curve.

Sia il Brunelleschi sia l'Uccello avevano mentalità e conoscenze matematiche e ragionavano spesso delle cose di Euclide (Manetti).

Una figura di grande rilievo, tipica del Quattrocento, è Piero della Francesca cui si debbono i mirabili affreschi in S. Francesco d'Arezzo — il « giardino di Piero », secondo la espressione di G. D'Annunzio — e il capolavoro della Resurrezione a Borgo S. Sepolcro.

Chi ammira nei quadri di Piero l'incrollabile stabilità delle sue costruzioni architettoniche, la robusta spazialità delle sue figure troverà i mezzi che Egli si era creato per raggiungerle nel suo trattato « De Prospectiva pingendi » che è il primo trattato, diremmo noi, di Descrittiva che sia comparso nell'Italia e nel mondo.

Esso è ricco di novità cui solo il tempo ha reso onore; per mettere in prospettiva una figura di un piano orizzontale egli adopera un quadrato e la sua diagonale, sostanzialmente equivalenti all'uso dei punti di distanza introdotti poi dal Vignola, mentre per la prospettiva di verticali si serve di un metodo ritrovato due secoli dopo dal Desargues e ancora in uso col nome di metodo delle altezze.

Un'altra importantissima scoperta voglio segnalare. Per trovare l'ombra portata da una sfera sopra un piano orizzontale, Piero immagina di sezionarla con tanti piani orizzontali e di proiettare i cerchi sezioni sul piano. E poi aggiunge: « hora famo il contorno contingente defore tucti questi circuli », cioè con parole moderne, costruiamo la curva inviluppo di questi cerchi.

E' qui che si presenta per la prima volta il concetto di curva definita come inviluppo; lo stesso concetto si ripresenterà circa due secoli dopo ad Huyghens e sta alla base del famoso « principio di Huyghens ».

Nell'età piú tarda e divenuto quasi cieco — *ne ingenium inertia torpesceret* — Piero scrisse un trattato sui cinque poliedri regolari.

A noi oggi Piero appare come uno dei maggiori pittori del Quattrocento; ma i suoi contemporanei riconoscevano piuttosto in lui il « monarca dei matematici » e il miglior geometra dei suoi tempi.

Un altro di quegli uomini eccezionali che caratterizzano il Quattrocento in Italia è Leon Battista Alberti. Noi ammiriamo in lui l'architetto sommo che nel Tempio malatestiano di Rimini, nelle chiese di S. Andrea in Mantova e di Santa Maria Novella in Firenze raccolse, fecondandola col suo genio, l'esperienza della « Romanitas »: a questa sua attività costruttiva si legano i suoi trattati « *De re aedificatoria* », « *I cinque ordini architettonici* », la « *Descriptio Urbis Romae* ».

Ma questa attività non appaga il suo genio che trova nella matematica e nella meccanica nuove fonti d'ispirazione e di bellezza. E ancora a lui si debbono un trattato « *De Pictura* » fondamentale sia per la conoscenza del pensiero estetico del Rinascimento che per l'esposizione di nuove

regole di prospettiva: i « Ludi mathematici », ricchi di nuove invenzioni d'interesse anche pratico; i « Commentaria rerum mathematicarum », e gli scritti « De motibus corporis » e « De pondi e leve di alcuna rota ».

Questo uomo eccezionale, letterato e artista, scienziato ed inventore, poteva dire senza jattanza: « gli uomini, purché vogliano, riescono a tutto »; egli sembra raccogliere nella sua perfetta personalità ogni capacità umana.

Eppure, come dice il Burckhardt, « l'Alberti, messo a riscontro con Leonardo da Vinci, non potrebbe dirsi che uno scolaro paragonato al suo maestro ».

Leonardo (di cui ricorre quest'anno il quinto centenario della nascita (\*)) - « incarnazione della divinità in terra », come scrisse il Vasari — è non solo il più grande genio del Quattrocento ma uno dei massimi genii dell'umanità.

E' impossibile dire di Leonardo di sfuggita: ma qui si vuol solo ricordare il suo nome come simbolo della sostanziale unità del pensiero artistico e del pensiero scientifico.

Scrisse il D'Ancona: « Sarebbe vana fatica discutere se l'intima natura di Leonardo fu più di scienziato o d'artista: ogni problema pittorico era per lui un problema scientifico, mentre ogni problema fisico stimolava in lui la fantasia dell'artista ».

E mentre voi ripensate al dramma, umano e divino, rappresentato nell'Ultima cena, o all'insondabilità dell'anima femminile espressa nel sorriso della Gioconda, permettete ch'io vi ricordi che questioni di pittura portarono Leonardo a studiare la visione binoculare e stereoscopica e la propagazione della luce (in cui conobbe la rifrazione e la permanenza delle immagini sulla retina, su cui è fondato il cinema); che questioni sui colori attrassero la sua attenzione sui fenomeni biologici e geologici; che la raffigurazione del moto lo portò allo studio dell'anatomia degli uomini e degli uccelli, e di qui allo studio del volo, alla compressibilità e pesantezza dell'aria e alla resistenza ch'essa oppone al moto, e alla dinamica dei solidi e dei fluidi.

---

(\*) Questo cenno consente di datare l'articolo:  $1452 + 500 = 1952$ .



Leonardo è il precursore delle due « Scienze nuove », la Dinamica e la resistenza dei materiali, che Galileo fonderà un secolo dopo.

Dall'esperienza « madre d'ogni certezza » Leonardo sale alla ragione: questa — dice Leonardo — « sempre sopra li primi veri e noti principii procede successivamente e con vere sequenze in sino al fine »; poiché « i sensi sono terrestri, la ragione sta fuor di quelli quando contempla ».

Riecheggia qui il motivo platonico della contemplazione che unisce matematica ed arte. E così per Leonardo come per Platone, la matematica è l'unica vera scienza: « Nessuna umana investigazione si può dimandare vera scienza se essa non passa per le matematiche dimostrazioni ».

\* \* \*

Vorrei esser riuscito a trasfondere in Voi la mia convinzione sull'unità del pensiero artistico e del pensiero matematico.

Comunque sia, il panorama che v'ho posto innanzi mi induce a proporvi una riflessione.

La nostra era si è qualificata « atomica » per esser riuscita a disintegrare l'atomo.

Ma forse l'aggettivo è altrettanto giustificato per l'atomizzazione della cultura, per la disintegrazione dell'individuo prodotta dall'eccessiva specializzazione scientifica.

Non è forse tempo di reintegrare l'Uomo nell'unità della cultura secondo l'esempio del Rinascimento?

E non è forse questa la condizione preliminare per restaurare la dignità e la libertà dell'Uomo di cui forse non mai come nel nostro tempo si sente urgente il bisogno a fondamento di una vera pace?