

# **Per una società scambiabile: prove tecniche di trasmissione di idee**

Giorgio Koch

Dipartimento di Matematica “Guido Castelnuovo”  
Università di Roma “Sapienza”  
11 febbraio 2013

## **1. Come siamo arrivati qui**

Il mio primo pensiero va a Bruno de Finetti. Senza di lui oggi io non sarei qui, e Fulvia de Finetti lo ha ben ricordato. De Finetti, l'inventore e lo studioso della scambiabilità, con applicazioni non solo in matematica, ma anche nei rapporti umani. E infatti ha scambiato un ingegnere per un matematico!

Personalmente, ho ricevuto un grande doppio vantaggio dallo scambio. Come ingegnere, per avere potuto godere dei fondamenti della matematica, e come matematico, per avere potuto ampliarmi a nuovi campi di ricerca suggeriti dalle applicazioni. E come parte del nuovo ambiente che in questo Dipartimento mi ha accolto.

Così, nel 1976, e' iniziata la mia avventura qui con Anna, Gabriella, Federico, Fabio, Carla, Flavia, Mario. Ed e' stata una avventura entusiasmante e ricca di esperienze scientifiche e umane. A riandare indietro nel tempo, come ci ha invitato a fare Fabio, sono rimasto stupito ed affascinato dal cammino che abbiamo percorso insieme, cammino ben più importante di una ricorrenza per i 70 anni!

La teoria dei sistemi dinamici stocastici e la statistica matematica hanno costituito un terreno fertile di incontro, mescolando le mie competenze di probabilità, di sistemi e modelli stocastici, e di filtraggio con quelle, qui già acquisite, di analisi funzionale, di equazioni differenziali stocastiche, di operatori integrali e differenziali, di processi aleatori, di fisica matematica, di probabilità soggettiva e di statistica.

Il gruppo di ricerca che si è così costituito ha iniziato con poche risorse. Ricordo via Vicenza e le prime attrezzature (una macchina da scrivere IBM!). Ma l'entusiasmo e le capacità del gruppo lo hanno portato negli anni allo sviluppo di impegnativi temi di ricerca, partecipando anche alla crescita impetuosa, in quei tempi, di rilevanti campi teorici. Ad essi collaborano le nuove forze: Cristina, Gianna, Antonella, Claudia, Lucia, Paola, Barbara.

Fra i temi di indagine vorrei citare: la teoria delle martingale, il calcolo di Malliavin, i processi di punto e i processi di rinnovo, il filtraggio, la scambiabilità, le misure finitamente additive, il controllo ottimo stocastico, i modelli biologici (popolazioni, risposta immunitaria, diffusione laterale,...), i modelli per l'economia e la finanza, i modelli per l'affidabilità degli impianti e la gestione ottima delle prove di vita accelerate, le distribuzioni estremali, le statistiche sufficienti.

Questa attività ha portato a, e si è avvantaggiata da, numerosi scambi, collaborazioni ed affermazioni in campo nazionale e internazionale. Fra le collaborazioni nazionali ricordiamo fra le altre quelle con l'Università di Roma La Sapienza (Dipartimenti di Fisica, di Probabilità, di

Informatica e Sistemistica, di Fisiologia, Centro Interdipartimentale per i Sistemi Biologici), le Università di Roma Tor Vergata, Pisa, Padova, Trento, Bari, Napoli, Perugia, l'Istituto di Automatica e Sistemistica del CNR.

E all'estero, fra gli altri, Tom Kurtz a Madison (Wisconsin), Wolfgang Kliemann a Ames (Iowa), Sanjoy Bitter a Cambridge (Mass.), Pierre Brémaud e Nicole El-Karoui a Parigi, Jan Van Schuppen e Michiel Hazewinkel ad Amsterdam, Ludwig Arnold a Brema, Elja Arjas a Helsinki, David Spiegelhalter a Cambridge.

Tra le iniziative collegiali che abbiamo assunto, o alle quali abbiamo dato vita o collaborato, ci sono:

- i convegni nazionali sui Sistemi Dinamici Stocastici, dei quali l'anima era Gabriella;
- i Progetti di Ricerca Nazionali;
- il convegno su "Exchangeability in Probability and Statistics", tenutosi a Roma nel 1981, in occasione dei 75 anni di Bruno de Finetti;
- la 17.ma Bernoulli Conference on "Stochastic Processes and Their Applications", tenutasi a Roma nel 1988;
- il Workshop on Edge Detection, Segmentation, Statistical Models in Image Analysis, tenutosi a Roma nel 1998.

E per la ricerca applicata ricordiamo i contratti di ricerca con l'ENEA e con l'ENEL.

Guardando indietro, si vede come attività di ricerca e relazioni scientifiche sono cresciute insieme con un ritmo notevole. Nel trascorrere degli anni, la crescita del gruppo e' stata solida, costante e impetuosa, con conquiste e riconoscimenti.

Lo dico con profonda gratitudine per le persone che qui ho trovato e che qui ho incontrato, ed alle quali va il merito sostanziale di tutto questo. Sono state per me preziose per l'aspetto scientifico e per quello dell'amicizia.

E non posso non sentire ancora la mancanza di Gabriella Del Grosso e di Bruno Bassan.

Per la lunga, anzi lunghissima, collaborazione scientifica e la grande amicizia, un ringraziamento particolare va a Carlo Bruni, con cui ho condiviso tante avventure, scientifiche e non, delle quali ci ha ora detto (ma tacendo su alcune!).

Mi è stato anche chiesto di dirigere questo Dipartimento, in una fase in cui c'erano prospettive di progettualità ed espansione. In quell'anno ho ricevuto stimoli ed incoraggiamento da parte di molti docenti. Devo qui poi ringraziare tutto il personale amministrativo e tecnico, che mi ha aiutato a svolgere un compito per il quale è difficile essere preparati in partenza.

Poi la partecipazione all'avventura di Roma Tre, insieme a tanti altri validi ed entusiasti colleghi.

Infine, ho lasciato la presenza organica nelle strutture universitarie. Per alcuni è forse sembrato un abbandono, e mi dispiace poiché non era certo questa la mia intenzione. I motivi furono strettamente personali, e includevano anche il desiderio di spostarsi su altre attività, continuando però a collaborare nella didattica e nella ricerca.

Qualche parola ora per tornare sul tema della scambiabilità.

## **2. La scambiabilità esiste?**

Nella prefazione alla edizione inglese (1974) della sua "Teoria della Probabilità" (1970), Bruno de Finetti si trovava ad affermare: «la probabilità non esiste», intendendo che essa non è fissata per un dato evento, ma dipende dalla valutazione di un soggetto (coerente). Nello stesso senso possiamo anche noi proseguire (*si parvis magna componere licet*): «la scambiabilità non

esiste».

Ma cosa è la scambiabilità? Tralasciando i dettagli, possiamo dire che: dato un insieme di grandezze aleatorie (di persone?), esse si dicono scambiabili se la probabilità che un loro arbitrario sottogruppo si comporti in un certo modo non dipende da "quale" sottogruppo si è scelto, ma solo dalla sua dimensione (cardinalità). In altre parole, un sottogruppo vale l'altro! (sempre secondo la valutazione di un soggetto coerente).

Bene. Ma il fatto essenziale è il seguente teorema fondamentale, dovuto (per gli eventi) a de Finetti (1930, 1937):

Dato un insieme di grandezze aleatorie (di persone?) scambiabili, esse risultano identicamente distribuite, ed esiste un dato contesto/ una data informazione condizionatamente al quale essi sono indipendenti.

Ora, l'indipendenza condizionata costituisce, come sappiamo, un concetto fondamentale nel calcolo delle probabilità, nella teoria dei processi aleatori, nella statistica matematica, nella teoria della misura e dell'integrazione. E il contributo della scambiabilità a tale concetto riveste una grande importanza.

Come ebbe a dire Olav Kallenberg (nel suo contributo alla già citata Conferenza on Exchangeability del 1981):

Per quasi mezzo secolo la scambiabilità è stata considerata un ramo isolato della probabilità, includente essenzialmente un unico risultato (il teorema di de Finetti, n.d.r), ed interessante solo perché quel risultato è una perla.....La importanza della scambiabilità è stata enormemente sottostimata..... Presto verrà il momento in cui essa sarà considerata uno dei settori fondamentali della probabilità.

Ad esempio, nell'ambito delle miscele di misure di probabilità, mentre la formula delle probabilità totali e il teorema di Radon-Nikodym mostrano l'esistenza di miscele con misura mescolante ristretta ad una sigma-algebra assegnata, il teorema di de Finetti mostra l'esistenza di una miscela tale che le misure mescolate sono di tipo opportuno (misure prodotto).

### **3. La scambiabilità è una proprietà "sociale"**

Ora ci interessa sottolineare che la scambiabilità è una proprietà sociale. E in effetti essa non ha senso per una sola grandezza (persona), mentre fornisce una descrizione fondamentale del rapporto esistente tra due o più grandezze (persone).

Nella visione di Galileo Galilei, la matematica costituisce il linguaggio universale nel quale è scritta la natura.

Per quanto riguarda la probabilità, secondo il pensiero di Emma Castelnuovo (alla quale rivolgiamo un caldo augurio per il prossimo centesimo compleanno!) essa fornisce un linguaggio anche sulle persone: «Credo che nessun argomento di matematica sia così condizionato dalla vita di tutti i giorni..... dai rapporti con la società a quelli più intimi con noi stessi». (*Induzioni*, v. 46, n. 6, 1993).

In questa linea, la scambiabilità amplia ancora il contesto introducendo un paradigma per le relazioni tra grandezze / relazione tra persone.

Vediamo meglio il significato "sociale" della scambiabilità.

Nella statistica, vengono raccolti dati sperimentali (su grandezze, su persone) per arricchire la

conoscenza su un fenomeno, o su una legge di natura, o su un contesto comune ai quali essi si riferiscono. In particolare, nella statistica classica si chiede che i dati siano:

- uguali, cioè raccolti nelle stesse condizioni,
- e
- diversi, cioè indipendenti l'uno dall'altro.

Ma noi sappiamo che in queste condizioni non vi è alcun apprendimento. Apprendimento che invece si verifica se i dati sono scambiabili, il che chiarisce che:

- uguali va inteso come ugualmente distribuiti, non eguali ma equivalenti,
- diversi va inteso come indipendenti condizionatamente al contesto sottostante.

Questo ci consente di tentare una riflessione (statistica) sui rapporti sociali e sulle possibilità di apprendimento del contesto comune di riferimento per i membri di una società. Discende infatti dalla teoria della scambiabilità che tale possibilità esiste se i membri stessi sono scambiabili, e cioè:

- uguali (nel senso di equivalenti, come diritti, prestazioni, capacità di influire,.....),
- e
- diversi (ciascuno con il suo contributo innovativo, dato per acquisito il contesto comune che lo lega agli altri).

Un'immagine che può essere di aiuto per comprendere la situazione descritta è quella delle tessere di un mosaico.

Una riflessione di questo tipo può gettare luce su importanti concetti, aspetti, proprietà delle attività sociali umane. Poiché, in altre parole, in una comunità scambiabile, il contesto comune è una rappresentazione equivalente, ma più comoda, più espressiva, più significativa del complesso dei suoi membri. Esso "spiega" le proprietà condivise, lasciando fuori soltanto la residua fluttuazione individuale. Il contesto comune definisce quindi la comunità stessa, e i suoi membri, in un certo senso, vi si "specchiano".

#### **4. Esempi di riferimento**

**A)** Un primo esempio di comunità scambiabile è rappresentato da coloro che collaborano ad una iniziativa di giornalismo partecipativo (*citizen journalism*). Essi in effetti dovrebbero essere scambiabili rispetto ad una notizia di interesse comune, e con i loro contributi "equivalenti" dirigono l'evoluzione della conoscenza di quel dato contesto o "fatto" nel quale si riconoscono.

Possiamo così sottolineare come in questo quadro la notizia stessa sia fondamento di democrazia.

Un caso "planetario" di giornalismo partecipativo è la stessa Wikipedia.

Un altro caso, senza dubbio più coinvolgente, è rappresentato dalla Commissione per la Verità e la Riconciliazione del Sud Africa. Davanti alla Commissione, guidata dal premio Nobel Desmond Tutu, sono passati tutti coloro che, protetti da una garanzia di impunità, hanno confessato i propri crimini durante il regime di *apartheid*, contribuendo così alla presa di coscienza della immane tragedia che il Sud Africa ha vissuto, e al tempo stesso ponendo le basi per la riconciliazione ed il riconoscimento collettivo del nuovo Stato.

Come estremo negativo di assenza di scambiabilità, basta ricordare il Grande Fratello dell'Orwell di "1984".

**B)** L'esempio più "classico" di comunità scambiabile si ha in una democrazia, nella quale i cittadini sono scambiabili rispetto agli elementi fondanti della Stato, cioè alla Costituzione.

E difatti (in Italia) l'art.3 della Costituzione recita: «Tutti i cittadini hanno pari dignità....», mentre nell'art.4 troviamo: «....Ogni cittadino ha il dovere di svolgere una attività o funzione che concorra al progresso della società....».

In altre parole, cittadini uguali e liberi, ma ciascuno al servizio degli altri secondo il suo (diverso) "carisma".

Ma naturalmente può capitare, anche in una democrazia, che qualcuno sia "più uguale degli altri" (G. Orwell, *La fattoria degli Animali*). E la notissima poesia *Desiderata*, ritenuta proveniente dalla Old St. Paul's Church di Baltimora alla fine del XVII secolo, ma in realtà composta da Max Ehrmann nel 1927, ricorda fra l'altro: «Evita le persone che gridano troppo o sono troppo aggressive: esse rappresentano un vessazione per lo spirito».

Del resto, la democrazia senza scambiabilità non ci protegge dalle dittature, come purtroppo sappiamo essere accaduto in Europa nella prima metà del secolo scorso.

Spunti di riflessione nella linea di pensiero che stiamo qui seguendo si trovano in un recente articolo di Jurgen Habermas («Repubblica», 29/1/13).

**C)** Una comunità scambiabile dovrebbe formarsi tra medici e pazienti, attorno alla comprensione del corretto obiettivo terapeutico e alla sua applicazione, tenendo conto della specificità della patologia e delle particolari esigenze e sensibilità individuali di chi si sottopone alla cura.

Ma spesso le caratteristiche richieste dalla scambiabilità vengono ostacolate dalla richiesta dei medici di essere considerati troppo "diversi" l'uno dagli altri, e dal considerare i pazienti troppo "uguali" tra di loro.

**D)** Pensiamo anche agli insegnanti e agli studenti in una scuola come gruppo scambiabile rispetto agli obiettivi di crescita umana e di conoscenza.

Al riguardo, citiamo da un' intervista che Emma Castelnuovo ha rilasciato a Franco Lorenzoni:

Mettersi allo stesso livello,..... suscitare interesse e discussioni, accettare domande su domande, (anche se) là per là non si sa rispondere. Questa è la cosa fondamentale dell'insegnamento, e l'insegnante non deve aver paura di mostrare le difficoltà che anche lui incontra.

E per quanto riguarda la necessaria circolazione di stimoli e di idee all'interno di una scuola, mi permetto di aggiungere: «Ci sono domande senza risposte, ma non ci sono risposte senza domande».

## **5. La scambiabilità e la storia**

In generale, il contesto comune di riferimento di una comunità scambiabile non è completamente noto, né definitivo. E difatti la scambiabilità tende a rimuovere le divisioni (alla ricerca di sempre più profonde realtà condivise), mentre le verità assolute e definitive creano divisioni in campo scientifico, ideologico, religioso,....

Rimandiamo per queste considerazioni a *L'invenzione della verità*, di de Finetti (scritto nel 1934, ma pubblicato solo nel 2006!).

E del resto:

- l'immutabilità delle leggi naturali provoca, secondo Jacques Monod, la drammatica rottura dell'alleanza tra uomo e natura (vedi al riguardo il mio *Uguali e diversi*. Sapere, v. 73, n. 5, 2007, e i riferimenti ivi citati):
- quando si potrà affermare che una notizia è definitiva?
- una Costituzione invariabile non può seguire le evoluzioni della società;
- quando un obiettivo terapeutico / formativo potrà dirsi completamente compreso e attuato?

Accade invece che il contesto comune di una società scambiabile evolve nel tempo, e diviene progressivamente meglio conosciuto e più chiaramente riconosciuto, collocandosi nel flusso della storia. È ciò mediante il crescente contributo dei suoi membri.

A questo proposito, sottolineiamo ancora il ruolo della teoria della scambiabilità che, con i suoi teoremi asintotici, fornisce un fondamento per la speranza di approfondimento progressivo della conoscenza.

Per chiudere, vorrei ricordare che ogni regola ha la sua eccezione, e quindi esiste una società che non è scambiabile. È la mia famiglia, alla quale va il mio ringraziamento appassionato. Non è scambiabile, nel senso che non la scambierei per alcun'altra!

### Ringraziamenti

Devo a Gianna Nappo le citazioni di Emma Castelnuovo, e a Orazio Olivieri il riferimento sulla poesia "Desiderata"