

Il disordine nell'ordine della materia

Luca Nicotra*

Sunto: *Un'analisi approfondita della struttura della materia rivela un intreccio fra ordine e disordine portatore di risultati paradossalmente contraddittori, quali un "disordine ordinato", un disordine necessario addirittura per creare l'ordine. Proprietà come la resistenza meccanica della materia possono essere esaltate procedendo in versi opposti: verso un ordine spinto o verso un disordine spinto. L'intreccio fra ordine e disordine coinvolge anche la matematica e l'arte con sorprendenti analogie con la costituzione intima della materia.*

Parole Chiave: ordine, disordine, tassellatura, cristallo, quasicristallo.

Abstract: *An in-depth analysis of the structure of matter reveals an interweaving of order and disorder that brings paradoxically contradictory results, such as orderly disorder, a disorder that is even necessary to create order. Properties like the mechanical resistance of matter can be exalted by proceeding in opposite directions: towards a pushed order or a pushed disorder. The interweaving of order and disorder also involves mathematics and art with surprising analogies with the intimate constitution of matter.*

Keyword: order, disorder, tessellation, crystal, quasicrystal.

Citazione: Nicotra L., *Il disordine nell'ordine della materia*, «ArteScienza», Anno IV, N. 8, pp. 5-38.

1 - Ordine e disordine a livello atomico

*Non vi pare che nei cristalli
la natura si esprima in versi?*

(L. Sinisgalli, Furor Mathematicus)

I concetti di ordine e disordine affasciano tutti. C'è chi ama pensare a un ordine perfetto nelle cose e chi, invece, animato da impulsi più trasgressivi, prova un sottile liberatorio piacere intel-

* Direttore responsabile di «ArteScienza», ingegnere meccanico e giornalista, Presidente dell'Associazione culturale "Arte e Scienza", accademico onorario della Nuova Accademia Piceno Aprutina dei Velati; luca.nicotra1949@gmail.com.

lettuale nel credere nell'opposto. In realtà (cioè quella fisicamente rilevabile) hanno torto entrambi, perché nulla in natura segue *in toto* i modelli mentali che ci creiamo: in natura non esiste il purismo bensì il concetto di contaminazione. Un esempio evidente (ma se ne potrebbero portare molti altri) è la separazione, in due ambiti di ricerca nettamente distinti, tra fisica e chimica, secondo quanto recita una tradizionale definizione di fenomeno fisico e fenomeno chimico. Ma non appena la ricerca abbandona lo sfocato mondo del macrocosmo e si addentra sempre più negli affascinanti meandri del microcosmo e, ancor più, del mondo a scala atomica, gli artificiosi confini tra fisica e chimica scompaiono: le due discipline "sconfinano" l'una nell'altra in un naturale abbraccio che si chiama fisica chimica o chimica fisica, a seconda della prospettiva di osservazione.

I modelli fisici, chimici e matematici creati dall'uomo servono egregiamente, ma soltanto per meglio orientarci nella complessità della natura, che non conosce le distinzioni necessarie per la nostra mente.

A livello macroscopico è più giustificato credere a certi modelli, per esempio quelli dell'ordine e del disordine, perché la nostra visione del mondo è approssimativa, "sfocata" (come dice il fisico teorico Carlo Rovelli) paragonabile alla indistinta visione della Terra dallo spazio, che ci impedisce di distinguere gli oggetti che invece vediamo come distinti stando sulla Terra.

A livello microscopico, e ancor più a livello delle dimensioni atomiche, i concetti di ordine e disordine diventano sempre meno antagonisti.

Una approfondita analisi delle conseguenze sulle proprietà fisico-meccaniche dei materiali ci porta a concludere che l'ordine e il disordine, a scala atomica, sono entrambi necessari, con buona pace dei sostenitori del perfetto ordine o del perfetto disordine. Paradossalmente, nello studio della materia allo stato solido¹ si giunge a conclusioni, "scientificamente avvalorate", di un disordine-ordinato,

¹ I materiali solidi sono costituiti da cristalli e possono essere monocristallini se formati da un solo cristallo o policristallini se formati da più cristalli con orientamenti casuali. Il termine "cristallo" riferito nel linguaggio comune al vetro è del tutto errato, in quanto il vetro non ha struttura cristallina (vedi oltre in queste pagine).

di un disordine necessario addirittura per creare l'ordine e di un disordine che in alcune circostanze diminuisce la resistenza meccanica ma in altre, invece, è provvidenziale per aumentarla ed è responsabile di proprietà meccaniche che non esisterebbero in sua assenza.

Vediamo allora cosa succede immaginando di viaggiare dal nostro mondo macroscopico fino a entrare in quello dei costituenti della materia: le molecole, gli atomi e gli ioni.²

È noto che i raggruppamenti di particelle elementari che formano la materia (atomi, molecole o ioni)³ in alcuni casi si dispongono in perfetto ordine costituendo lo stato solido ideale, mentre in altri si dispongono in perfetto disordine costituendo lo stato gassoso ideale.

Fra questi due casi si inserisce lo stato liquido, caratterizzato da un tenue ordine a livello atomico, tanto da poterlo considerare come un caso limite dei gas reali.

Ma cosa si intende per ordine e disordine riferiti agli atomi (o molecole o ioni) che costituiscono la materia? E che prove possiamo avere della loro esistenza?

1.1 - Il perfetto ordine del cristallo ideale

Si parla di ordine per gli atomi, gli ioni o le molecole quando essi si dispongono statisticamente nei nodi di un reticolo tridimensionale, ottemperando a determinate regole matematiche di simmetria, le quali consentono la ripetizione periodica nelle tre dimensioni dello spazio di una cella elementare, la quale può essere definita come la più piccola porzione del reticolo stesso che ne conserva tutte le caratteristiche geometriche. In tali casi si parla di reticoli cristallini e un solido viene definito come "cristallo" (figure 1, 2). L'avverbio "statisticamente" è dovuto al fatto che gli atomi (o le molecole o gli ioni) non sono in realtà fermi nei nodi reticolari, ma oscillano con-

2 Gli ioni sono atomi che avendo perso o acquistato uno o più elettroni del guscio esterno assumono carica elettrica rispettivamente positiva (cationi) e negativa (anioni).

3 Secondo il Modello Standard le particelle elementari della materia sono 6: elettrone, quark "su" e "giù", fotone, gluone, bosone di Higgs (vedi box *Particelle elementari*).

Particelle elementari

«In origine era l'atomo "indivisibile" di Leucippo (V sec. a. C.) e poi di Democrito, di Epicuro, di Stratone e di Tito Lucrezio Caro. Rimane "indivisibile" fino agli inizi del secolo XX, quando il fenomeno della dissociazione elettrolitica dell'acqua (scissione dell'acqua in ioni idrogeno e ossigeno a seguito dell'applicazione di un campo elettrico) mostra che l'atomo ha una sua struttura e quindi non è la particella di materia più piccola che si credeva. [...] Il primo modello dell'atomo lo propone Ernest Rutherford nel 1911 e da esso Niels Bohr nel 1913 deriva il modello che, perfezionato poi da A. Sommerfeld, W. Pauli, S. Goudsmit, G. Uhlenbeck e altri, costituirà la base per tutte le successive ricerche sulla struttura dell'atomo. Attorno a un nucleo, nel quale si concentra quasi tutta la massa dell'atomo, composto da neutroni (privi di carica elettrica) e protoni (portatori della carica elettrica elementare positiva), ruotano gli elettroni (portatori della carica elettrica elementare negativa) percorrendo orbite ellittiche, riproducendo così a scala microscopica la struttura planetaria del sistema solare. [...] Questo modello dell'atomo rimane pressoché invariato fino agli inizi degli anni Settanta del secolo scorso, quando si scopre che protoni e neutroni non sono in realtà particelle elementari perché sono costituiti da altre particelle, i quark "su" e "giù", e viene formalizzato il cosiddetto Modello Standard (MS), una teoria che spiega ogni evento del mondo fisico (esclusa la gravità) sulla base di 6 particelle fondamentali (elettrone, quark "su" e "giù", fotone, gluone, bosone di Higgs) e di 11 particelle aggiuntive. Il fotone e il gluone sono le "particelle messaggere", rispettivamente delle forze elettromagnetiche e delle interazioni forti, le forze che tengono uniti protoni e neutroni nel nucleo. Un'altra rivoluzione rispetto alla fisica classica che non riusciva a spiegare l'esistenza delle azioni a distanza, che ora invece vengono riportate al concetto più intuitivo di azione mediata da particelle messaggere delle forze».

(Da Luca Nicotra, *Dall'atomo di Leucippo al bosone di Higgs: e dopo?*, In <http://www.controluce.it/scienza-ambiente/dall-atomo-di-leucippo-al-bosone-di-higgs-e-dopo.html>).

tinuamente attorno ad essi con moti armonici,⁴ di cui i nodi rappresentano i centri. Nei minerali l'ordine spaziale dei raggruppamenti di particelle elementari si riflette anche sulle forme esterne regolari che essi assumono.

Oltre che da un reticolo cristallino, lo stato solido è caratterizzato anche dalla presenza di altre proprietà: forma propria, incompressibilità, rigidità, prevalenza dei legami fra atomi, ioni o molecole (forze di coesione) sul moto di agitazione termica. Un solido proprio deve essere caratterizzato dalla presenza di tutte queste proprietà.

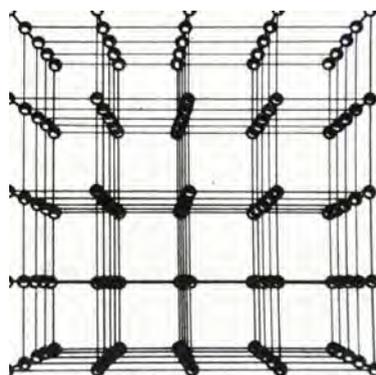


Fig. 1 - Reticolo cristallino ideale.

In alcuni casi ciò non accade e il solido è improprio. Il caso più noto è quello del vetro che, pur avendo forma propria, incompressibilità e rigidità, è caratterizzato dalla presenza di un reticolo con contenuto energetico dell'ordine delle energie reticolari⁵ ma privo di simmetria estesa e quindi non cristallino. In questi casi si parla di "solidi amorfi" o anche di "stato vetroso". A seconda, poi, del tipo di aggregati di particelle disposti nei nodi del reticolo cristallino e del tipo di legami chimici fra essi, si parla di solidi covalenti se gli aggregati sono atomi (uguali o diversi) legati da legami covalenti, di solidi ionici se sono ioni tenuti insieme da forze elettrostatiche, di solidi molecolari se sono molecole fra le quali agiscono legami di vario tipo (legami dipolari, legame idrogeno, ecc...)⁶. I legami più

4 È il cosiddetto fenomeno dell'agitazione termica, che macroscopicamente si manifesta come calore ed è quindi collegato alla temperatura. I moti armonici sono caratterizzati dalla variazione sinusoidale dello spazio percorso in funzione del tempo. Il moto degli atomi (o molecole o ioni) attorno ai nodi reticolari è armonico in quanto determinato dalle forze elastiche di coesione degli atomi, che tendono a riportarli verso i nodi.

5 L'energia reticolare è l'energia ceduta durante la formazione del reticolo cristallino, È tale cessione di energia che rende stabile il reticolo.

6 Per la descrizione dei diversi tipi di legami chimici cfr. Lamberto Malatesta, *Chimica Generale*, Milano, L'Editrice Scientifica, 1961, pp. 34-69; Paolo Silvestroni, *Fondamenti di Chimica*, Roma, Virgilio Veschi, 1968, pp. 42-93; David Oxtoby, H.P. Gillis, Alan Campion, *Chimica Moderna* (titolo originale: *Principles of Modern Chemistry*), Napoli, Edises, 2015, pp. 63-138.

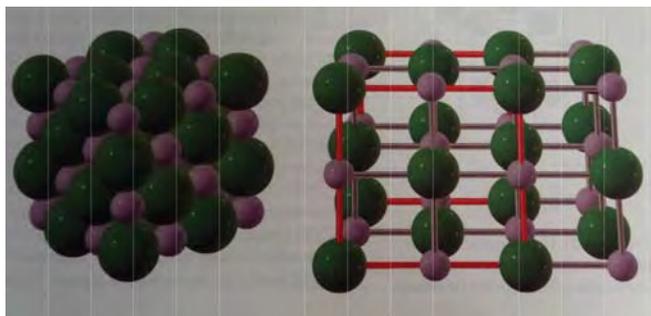


Fig. 2 - Reticolo cristallino del cloruro di sodio (NaCl, sale da cucina). A sinistra gli atomi di sodio (Na, viola) e di cloro (Cl, verdi) sono disegnati in scala. A destra, invece, gli atomi sono rimpiccioliti per porre in evidenza la cella unitaria del reticolo. (Da David Oxtoby, H.P. Gillis, Alan Campion, *Chimica Moderna* (titolo originale: *Principles of Modern Chemistry*), Napoli, Edises, 2015, p. 1047).

forti sono quelli covalenti e ionici, mentre i più deboli sono quelli dei solidi molecolari. La natura dei legami chimici fra gli aggregati di particelle influisce sulle varie proprietà dei cristalli: fisiche (temperatura di fusione), meccaniche (durezza, carico di rottura, ecc...), elettriche (conducibilità elettrica) e termiche (isolamento termico, ecc...) sulle quali non possiamo qui soffermarci.

Un caso particolare è costituito dai metalli, nei quali i nodi reticolari sono occupati da cationi (ioni positivi) tenuti assieme da elettroni comuni di valenza, distribuiti su un grandissimo numero di orbitali. L'orbita è una traiettoria definita lungo la quale sono prevedibili posizione e velocità di un corpo. L'elettrone⁷ ha una duplice natura: corpuscolare e ondulatoria. Quest'ultima impedisce di prevedere con esattezza posizione e velocità dell'elettrone, per cui non è lecito parlare di "orbita" bensì di "orbitale", che si può immaginare come una nuvola (di varie forme) di posizioni probabili dell'elettrone. Nei punti di questa "nuvola" ove maggiore è la densità, maggiore è la probabilità di trovarvi l'elettrone. Semplificando, possiamo immaginare un metallo - a scala atomica - come un reticolo ordinato di cationi immerso in una nuvola di elettroni orbitanti con "traiettorie" di diversa giacitura che si estendono a tutto il cristallo.

⁷ Come qualunque altro corpo materiale (Louis De Broglie).

1.2 - L'imperfetto ordine del cristallo reale

Il modello del cristallo come struttura perfettamente ordinata è, tuttavia, soltanto una buona approssimazione della realtà che, come sempre, non coincide completamente con la rappresentazione che di essa ci creiamo. Questa discrepanza conferma, come diceva Alfred Korzybski, che «the map is not the territory» e giustifica l'apparizione di modelli diversi relativi a uno stesso fenomeno, resi necessari dai diversi livelli di indagine della realtà fenomenica.

Il precedente modello di cristallo ideale, pur non rispecchiando fedelmente la più complessa realtà dei cristalli, costituisce un utilissimo punto di partenza per lo sviluppo di modelli più approssimati e realistici. Questi nascono dalla constatazione di uno stato difettivo nei cristalli reali, che presentano sempre difetti reticolari, cioè difetti nella disposizione degli atomi (ioni/molecole) nei nodi del reticolo.

Pertanto il cristallo reale è tutt'altro che perfetto, come vorrebbe il suo modello ideale: non soltanto non è un edificio statico, in quanto per effetto dell'agitazione termica gli atomi (ioni/molecole) vibrano continuamente attorno ai nodi del reticolo, ma è anche un edificio distorto elasticamente per effetto delle tensioni elastiche provocate

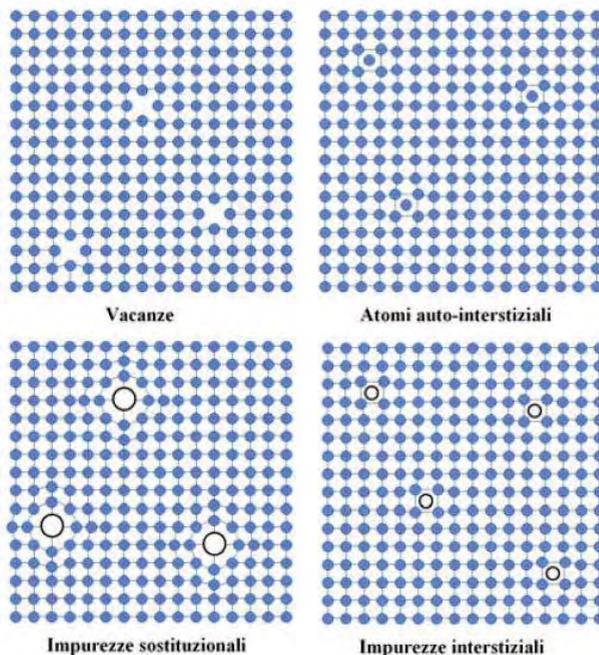


Fig. 3 - Tipi di difetti reticolari puntuali nei cristalli reali (Da Ing. Nadia Ucciardello - *Corso di metallurgia_Lezione_11*, in http://didattica.uniroma2.it/assets/uploads/corsi/141820/Lezione_11.pdf).

al suo interno dalla presenza anche di un solo difetto reticolare.

In relazione alla loro geometria i difetti reticolari⁸ possono essere puntuali se interessano uno o più nodi, lineari o unidimensionali se interessano regioni del reticolo in cui una dimensione prevale nettamente sulle altre due, bidimensionali se interessano regioni del reticolo, di solito contenute in piani molto densi di atomi, in cui due dimensioni prevalgono sulla terza.

Sono difetti puntuali (figure 3, 4):⁹ le vacanze, cioè i nodi reticolari non occupati; gli atomi interstiziali, costituiti da atomi uguali o diversi da quelli del reticolo, disposti negli spazi internodali; gli atomi sostituzionali, cioè atomi che sostituiscono in alcuni nodi gli atomi del reticolo, potendo essere di dimensioni inferiori o superiori.¹⁰

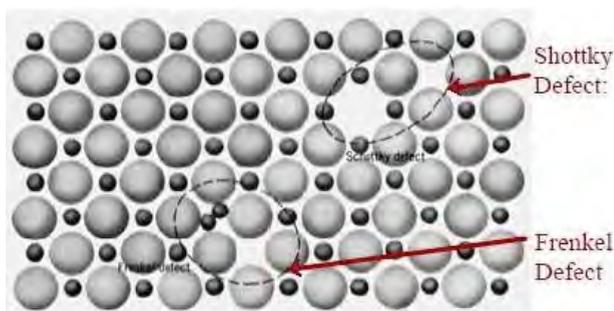


Fig. 4 - Difetti puntuali di Shottky e Frenkel (dal *Corso di Metallurgia dell'Ing. Nadia Ucciardello, Op. cit.*).

Per i materiali metallici hanno una straordinaria importanza i difetti unidimensionali detti "dislocazioni" dal grande matematico italiano Vito Volterra, che nel 1905 studiò il campo di tensioni elastiche che si crea per effetto della loro presenza, dando inizio alla teoria delle dislocazioni nei cristalli.¹¹ Come vedremo in dettaglio più avanti, le dislocazioni sono deformazioni locali del reticolo cristallino.

8 La loro presenza è rilevabile, con particolari tecniche, al microscopio elettronico con ingrandimenti usualmente entro i 40 000 diametri ma in alcuni casi spinti oltre i 2 000 000.

9 I difetti reticolari puntuali hanno dimensioni dell'ordine di quelle dell'atomo poiché interessano un singolo nodo o un piccolo gruppo di nodi. Hanno quindi dimensioni dell'Angstrom e creano campi di tensioni elastiche sferici o ellissoidali.

10 Altri più complessi sono, nei metalli, i difetti di Frenkel (un catione è fuori posto) e il difetto di Shottky (vacanze accoppiate di un catione e di un anione) per i quali rimando a testi specialistici.

11 «Annali della Scuola Normale Superiore», vol. 24, p. 400.

2 - Tipi di deformazione di un materiale

La deformazione di un materiale può essere di tre tipi fondamentali, a seconda del suo comportamento dopo che viene rimossa la forza esterna che la provoca. In un caso la deformazione viene recuperata totalmente e in tempi brevissimi: si ha allora una deformazione elastica. In un secondo caso essa viene recuperata lentamente: si ha una deformazione plastica transitoria o anelastica. Nel terzo caso, infine, la deformazione non viene più recuperata: si ha una deformazione plastica permanente. Anche in questo caso si tratta di schematizzazioni ideali, perché in realtà un materiale non si deforma in maniera del tutto elastica o anelastica o plastica. I tre tipi di

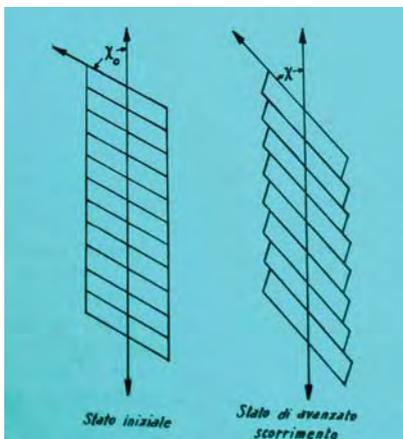


Fig. 5 - Deformazione plastica di un cristallo: “scorrimento per sezioni”.

deformazione sono sempre presenti ma in percentuali differenti, per cui si parla di comportamento elastico o anelastico o plastico di un materiale quando esso prevale percentualmente in maniera considerevole sui rimanenti due.

Sottoponendo una barretta di monocristallo metallico a uno sforzo di trazione in grado di generare una deformazione plastica, la barretta deformata mostra l'affioramento in superficie di strati più o meno sottili aventi tutti la stessa giacitura.¹² Questo tipo di deformazione plastica dei cristalli metallici è detto pertanto

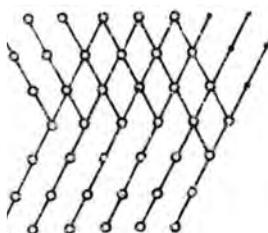
“scorrimento per sezioni” (figura 5) Non tutti i piani cristallini di quella stessa giacitura partecipano allo scorrimento ma soltanto quello nella sezione lungo la quale ha luogo lo scorrimento: circa un piano ogni 50 000 piani cristallini.¹³ Lo scorrimento per sezioni av-

¹² In inglese si parla di *slip lines* (linee di scorrimento) e di *slip bands* (strati di scorrimento) a seconda che gli strati affiorati siano molto sottili o abbiano uno spessore più consistente.

¹³ Giovanni Biggiero, *Dislocazioni e caratteristiche meccaniche dei materiali metallici*. Vol. 1 *Nozioni preliminari. Elementi di teoria delle dislocazioni*, Roma, Edizioni Sistema, 1974, p. 23.

viene soltanto lungo particolari giaciture e particolari direzioni: una coppia giacitura-direzione di scorrimento costituisce un "sistema di scorrimento". Normalmente le giaciture e le direzioni di scorrimento coincidono con le zone di maggior addensamento di atomi, cioè di maggior impilaggio.

Esiste un secondo tipo di deformazione plastica dei monocristalli metallici, detto per *geminazione* in quanto il cristallo, in corrispondenza di un certo piano, si divide in due parti simmetriche rispetto a tale piano:



La geminazione, però, si verifica soltanto sotto particolari condizioni ed è quindi molto meno frequente dello scorrimento per sezioni.

3 - Le dislocazioni

Lo sforzo di trazione necessario a produrre lo scorrimento per sezioni di un monocristallo calcolato teoricamente¹⁴ (dell'ordine di qualche tonnellata per mm²) risulta molto superiore rispetto al valore sperimentale, cioè a quello realmente necessario (dell'ordine di qualche chilogrammo per mm²).¹⁵ Il calcolo teorico è basato sulla ipotesi che lo scorrimento per sezioni si attui per traslazione rigida dei piani reticolari. Tale assunzione, a un esame più approfondito, risulta inaccettabile per vari motivi, fra cui sono facilmente comprensibili i seguenti: la traslazione rigida di un intero piano cristallino comporterebbe la rottura simultanea dei legami chimici fra tutti gli ioni del piano traslato rispetto a quelli del piano adiacente (figura

14 Un esempio è riportato in Giovanni Biggiero, *Dislocazioni e caratteristiche meccaniche dei materiali metallici*, Op. cit., p. 44.

15 Giovanni Biggiero, *Scienza dei metalli*, Roma, Edizioni Scientifiche Siderea, 1971, p. 90.

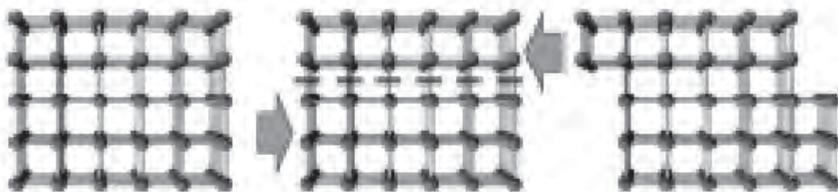


Fig. 6 - Meccanismo della deformazione plastica di un materiale metallico in assenza di dislocazioni: rottura simultanea dei legami chimici fra tutti i cationi di un piano cristallino e traslazione rigida di questo rispetto al piano cristallino adiacente.

6);¹⁶ sarebbe praticamente impossibile applicare simultaneamente lo stesso sforzo a tutti gli ioni del piano traslato che, anche in porzioni ridotte, sono di numero enorme e si trovano in condizioni differenti a causa delle loro oscillazioni termiche attorno ai nodi.

La soluzione di queste discrepanze, fra il modello teorico dello scorrimento per sezioni rigide e la realtà sperimentale, si è trovata nell'ipotizzare che durante lo scorrimento le sezioni non si mantengano rigide, bensì si deformino localmente creando un difetto reticolare simile a un "raggrinzimento" locale del reticolo cristallino, detto "dislocazione", che si propaga fino ad affiorare in superficie, traslando lungo la sezione di scorrimento con un caratteristico movimento "a verme" (figura 7).¹⁷ In tal modo l'effetto globale della traslazione di un intero piano cristallino può essere considerato come il risultato

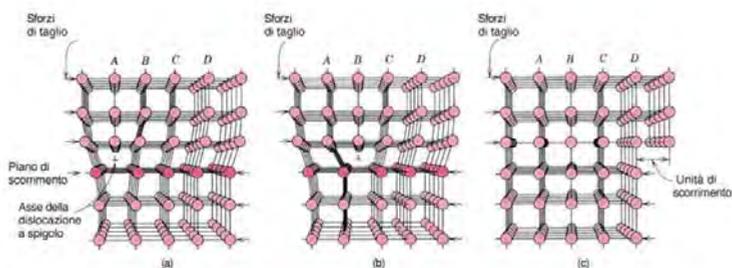


Fig. 7 - Meccanismo della deformazione plastica di un materiale metallico spiegato con il movimento graduale "a verme" di una dislocazione all'interno del reticolo cristallino.

¹⁶ Il modulo elastico risulterebbe infinito.

¹⁷ Più correttamente una dislocazione si muove nel cristallo attraverso una serie di stati di fuori-equilibrio. Cfr. Giovanni Biggiero, *Scienza dei metalli*, Op. cit., p. 93.

della traslazione, lungo il piano e la direzione di scorrimento, di un impulso elementare di deformazione plastica, che richiede uno sforzo tangenziale molto minore, perché necessario a rompere di volta in volta soltanto i legami fra i cationi della zona del difetto (figura 7) e non tutti quelli dell'intero piano cristallino traslato (figura 6). Questo meccanismo di deformazione plastica è stato confermato sperimentalmente per mezzo di tecniche molto avanzate di cinematografia, le quali hanno registrato lo scorrimento dei piani cristallini per traslazione graduale delle dislocazioni. Queste possono muoversi all'interno di un cristallo soltanto lungo i piani reticolari.

La dislocazione è più precisamente una distorsione locale del reticolo cristallino, con una conseguente traslazione del blocco del reticolo deformato rispetto alla parte del reticolo non difettiva, da cui il nome "dislocazione".

Una modellizzazione ideale distingue le dislocazioni in due tipi: le dislocazioni lineari o di Taylor e le dislocazioni elicoidali o di Burgers, a seconda che la dislocazione si sposti in direzione perpendicolare all'asse della dislocazione o nella stessa direzione di questo.

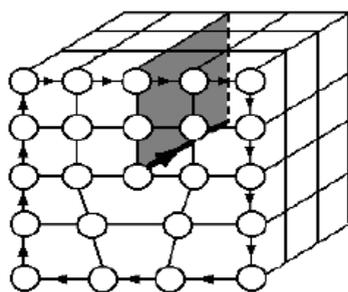


Fig. 8 - Dislocazione lineare.

Per capire più facilmente cosa sia una dislocazione lineare, si può immaginare di tagliare un cristallo perfetto fino a un piano reticolare interno e di inserire nel cuneo provocato dal taglio un filare di nodi reticolari, che deformerà di conseguenza il reticolo cristallino originario. In questo tipo di dislocazione il percorso lungo i nodi reticolari rimane piano (vedi frecce nere in figura 8). Una dislocazione

elicoidale, invece, può immaginarsi creata dalla deformazione del reticolo cristallino dovuto a uno sforzo di taglio ad esso applicato. In questo caso il piano contenente i nodi del reticolo cristallino dopo la creazione della dislocazione si deforma, assumendo la forma di una superficie elicoidale (vedi frecce nere in figura 9).

In realtà le dislocazioni presentano spesso caratteristiche dell'uno

e dell'altro tipo: sono dette pertanto "dislocazioni miste".

I carichi di rottura calcolati per il modello del monocristallo affetto da dislocazioni, questa volta, sono però molto inferiori a quelli misurati sperimentalmente. In altri termini, la resistenza meccanica del monocristallo realmente misurata è maggiore di quella calcolata con l'introduzione del modello di scorrimento a "verme" delle dislocazioni all'interno del monocristallo. Questa nuova discrepanza fra teoria e realtà sperimentale, di senso opposto rispetto alla precedente, in un primo momento fece dubitare della

validità dell'ipotesi dello scorrimento graduale delle dislocazioni, ma poi si è tramutata in una sua ulteriore conferma.¹⁸

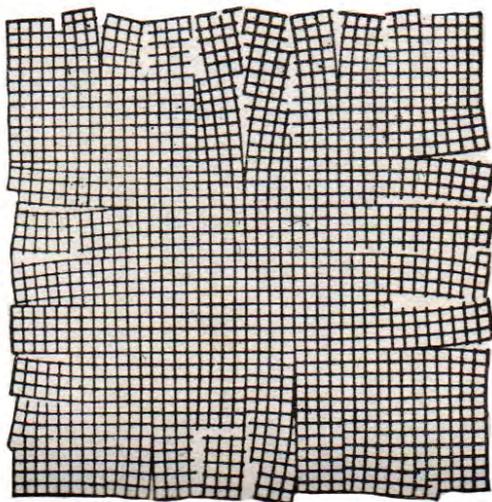


Fig. 10 - Struttura a mosaico di un monocristallo (Giovanni Biggiero, *Scienza dei metalli*, Roma, Edizioni Scientifiche Siderea, 1971, p. 96).

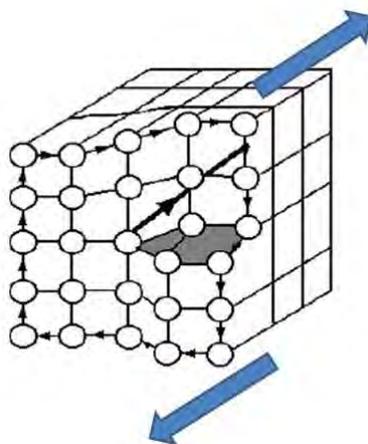


Fig. 9 - Dislocazione elicoidale.

Infatti, alcune anomalie nei diffrattogrammi (vedi box *Diffrazione*) con raggi X hanno posto in luce il non perfetto parallelismo dei piani reticolari di un monocristallo. Successivamente si è potuto dimostrare che la presenza, durante la formazione del cristallo, anche di una sola dislocazione fa sì che si creino difetti nella direzione di crescita, per cui alcune parti dello stesso cristallo si sviluppano con piani reticolari

¹⁸ Giovanni Biggiero, *Scienza dei metalli*, Op. cit., p. 96.

con giaciture leggermente differenti rispetto ai piani reticolari delle parti vicine. Il risultato finale è un monocristallo costituito in realtà da tanti reticoli cristallini (sottograni) accostati ma non perfettamente giustapposti, in quanto aventi orientamenti leggermente diversi: una struttura dunque a mosaico con vuoti (figura 10). Questo modello spiega la maggiore resistenza meccanica reale dei monocristalli rispetto a quella calcolata supponendo la presenza di dislocazioni nel cristallo formato da un unico reticolo. Infatti, i confini fra i singoli sottograni risultano inclinati fra loro con angoli inferiori a 5° , costituendo in tal modo barriere allo spostamento delle dislocazioni, poiché basta una inclinazione di pochi gradi del piano di scorrimento per bloccare una dislocazione.

4 - La resistenza meccanica in rapporto all'ordine e al disordine

La presenza di difetti reticolari, e in particolare delle dislocazioni, in alcuni casi comporta una diminuzione della resistenza meccanica, mentre al contrario in altri la aumenta. Un esempio del primo caso si può avere con un semplice esperimento, nel quale la parte superficiale di un cristallo di cloruro di sodio (NaCl) viene disciolta: la resistenza

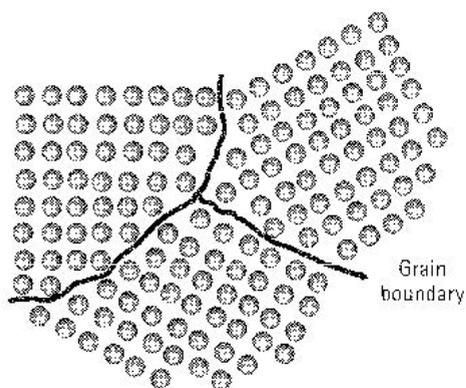


Fig. 11 - Grani cristallini in un policristallo.

a trazione del cristallo aumenta, in quanto nella parte superficiale era concentrata la maggior parte delle dislocazioni.¹⁹ Esempi del secondo caso sono, invece, i materiali metallici incruditi, nei quali la resistenza allo scorrimento per sezioni aumenta con il progredire dello scorrimento stesso, per la formazione di numerose dislocazioni all'interno del cristallo che,

¹⁹ Per motivi energetici, sui quali non possiamo qui soffermarci, le dislocazioni si formano più facilmente alla superficie dei reticoli cristallini.

muovendosi secondo piani di scorrimento diversi, si bloccano reciprocamente contrastando quindi la deformazione globale.

L'aumento della resistenza meccanica dovuto al blocco delle dislocazioni si verifica, come già visto, nei monocristalli a causa della loro struttura a "mosaico con vuoti".

I policristalli metallici, cioè i materiali formati da più grani cristallini, hanno resistenza meccanica circa 10 volte superiore rispetto ai monocristalli (quindi dell'ordine delle decine di chilogrammi per mm^2) proprio per la presenza delle zone di frontiera dei singoli cristalli, che non hanno lo stesso preciso orientamento e ostacolano quindi il movimento delle dislocazioni (figure 11, 12).

La resistenza meccanica aumenta anche grazie alla presenza di difetti puntuali sostituzionali, nei quali gli atomi che sostituiscono quelli del cristallo sono di dimensioni maggiori, producendo quindi una deformazione del reticolo che aumenta la resistenza allo scorrimento dei piani cristallini.

Da quanto detto risulta che la resistenza allo scorrimento dei piani cristallini diminuisce nei casi in cui le dislocazioni sono libere di muoversi all'interno del cristallo, mentre aumenta nei casi in cui esse si eliminano a vicenda (un po' come due numeri relativi opposti) oppure quando trovano un ostacolo al loro movimento.

Paradossalmente, quindi, si configurano due vie possi-

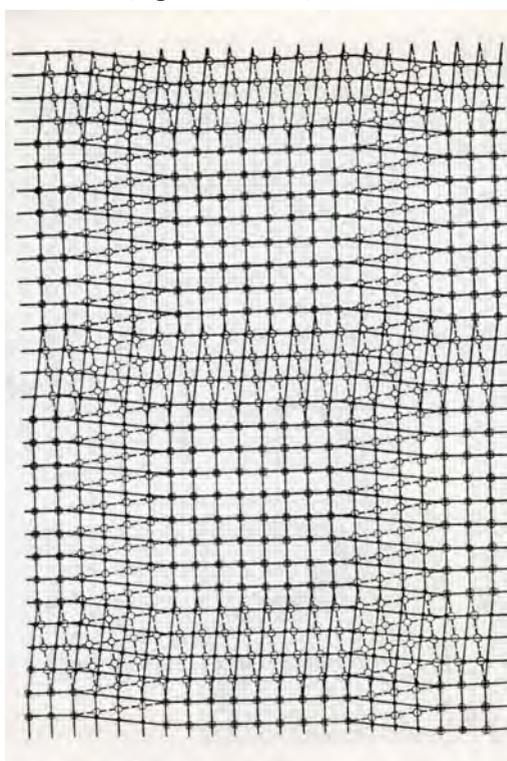


Fig. 12- Giunti fra grani di un policristallo formati da dislocazioni di diverso tipo. (Giovanni Biggiero, *Dislocazioni e caratteristiche meccaniche dei materiali metallici*, vol. 1, op. cit. p. 183).

bili e opposte per aumentare la resistenza meccanica di un materiale metallico: produrre un monocristallo quasi privo di difetti²⁰ o, al contrario, favorire la maggiore difettosità possibile, purchè questa realizzi nei policristalli pareti di giunzione fra i grani formate da dislocazioni di diverso tipo, e frantumazione interna dei grani nei monocristalli (struttura a mosaico). In figura 13 è riportato un grafico che illustra molto efficacemente l'andamento della resistenza meccanica (misurata dal limite elastico τ_{crss}) di vari tipi di acciai in funzione del numero di difetti reticolari. Esso conferma quanto detto prima. Infatti per livelli praticamente nulli di difettosità (acciai *whiskers*) il limite elastico di scorrimento τ_{crss} raggiunge il suo massimo valore, diminuendo poi all'aumentare del numero di difetti reticolari (tratto discendente del grafico) fino a raggiungere un valore minimo in corrispondenza degli acciai ricotti. Successivamente l'aumento della difettosità fa aumentare la resistenza meccanica negli acciai incruditi e armonici (tratto ascendente del grafico).

A questo punto sorge spontanea un'osservazione: ci troviamo di fronte a un fenomeno (la resistenza meccanica) che si accentua sempre più mano a mano che procediamo secondo due sensi opposti: verso l'ordine (assenza di difetti reticolari nel cristallo) oppure verso il disordine (presenza del maggior numero possibile di difetti reticolari).

C'è un'altra considerazione ancora più paradossale: aumentando la temperatura di un acciaio si favorisce il riassetto del reticolo cristallino dovuto al riassorbimento delle dislocazioni al suo interno grazie all'aumento dell'agitazione termica degli atomi. Ma un aumento di temperatura significa aumento del disordine di un sistema termodinamico. Dunque, un aumento del disordine in alcuni casi porta all'ordine! Un disordine che crea ordine! Gli opposti si congiungono come le due estremità di una retta all'infinito.

In base alla natura e ai possibili movimenti delle dislocazioni è possibile interpretare tutte le proprietà meccaniche dei materiali metallici: durezza, rottura di schianto, snervamento, rottura a fatica, incrudimento, riassetto, fragilizzazione, ecc...

20 È il caso degli acciai cosiddetti *whiskers* (baffi) che hanno carichi di rottura 100-200 volte quello degli acciai da costruzione aeronautici.

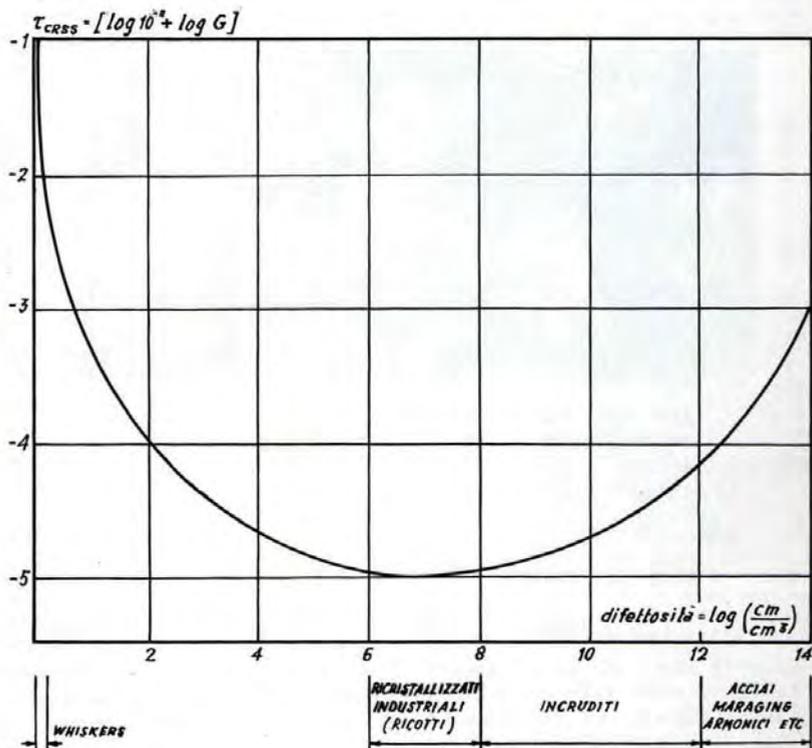


Fig. 13 - Indicazione schematica del limite elastico degli acciai in funzione del numero di dislocazioni per cm^2 (Giovanni Biggiero, *Dislocazioni e caratteristiche meccaniche dei materiali metallici*, Vol. I, Roma, Edizioni Sistema Roma, 1974, p. 72).

Tutte queste proprietà dipendono, dunque, da proprietà più generali della Natura: l'ordine e il disordine.

5 - Si può ottenere il cristallo ideale?

Come si formano i difetti reticolari? Ed è possibile, con opportune tecniche, realizzare cristalli perfetti, esenti da qualunque tipo di difetto? La risposta a quest'ultima domanda è immediata: no. «Si è potuto, infatti, dimostrare sperimentalmente che non riesce a formarsi in natura nessun cristallo che non sia affetto almeno da una

dislocazione elicoidale assiale».²¹ Cerchiamo di capire perché. I difetti reticolari puntuali (vacanze, atomi interstiziali e sostituzionali, ecc...) si formano durante la crescita del cristallo, cioè durante il processo

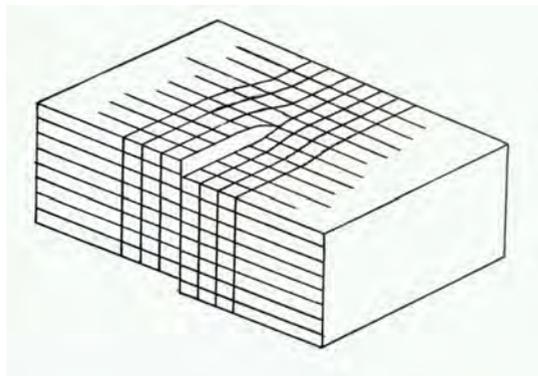


Fig. 14 - Accrescimento di un cristallo reale a partire da un difetto accidentale che sfalsa fra loro i piani cristallini. (Da Giovanni Biggiero, *Dislocazioni e caratteristiche meccaniche dei materiali metallici* vol. 1 Roma, Edizioni Sistema, 1974, p. 69).

di progressiva formazione del reticolo cristallino dovuto al raffreddamento di una soluzione fusa. Sono dovuti a errori di impilaggio resi molto probabili dalla enorme rapidità del processo di deposizione dei successivi filari atomici e alla distribuzione statistica dell'agitazione termica. In base alle leggi della termodinamica è possibile dimostrare che il numero n di difetti puntuali, in condizioni di equilibrio termodinamico, varia in funzione della temperatura assoluta

T ,²² dell'energia ϵ necessaria a formare il difetto e del numero N dei nodi reticolari, secondo la relazione seguente:²³

$$n = N e^{-\epsilon/KT}$$

essendo K la costante di Boltzman. Da essa risulta che a temperature assolute diverse da zero è sempre presente un certo numero di difetti puntuali.

Consideriamo ora i difetti reticolari unidimensionali, e in parti-

21 Giovanni Biggiero, *Scienza dei metalli*, op. cit., p. 97.

22 La temperatura assoluta T è legata a quella t_c della ordinaria scala centigrada dalla relazione $T = t_c + 273,15$ K (gradi Kelvin). Pertanto lo zero assoluto si ha alla temperatura centigrada - 273,15 °C. Al disotto dello zero assoluto non è possibile scendere.

23 Per i dettagli del calcolo cfr. Giovanni Biggiero, *Dislocazioni e caratteristiche meccaniche dei materiali metallici*, Op. cit. pp. 61- 66.

colare le dislocazioni nei materiali metallici.

Queste possono formarsi per varie ragioni: irregolare impilaggio degli ioni metallici dovuto alla grande rapidità del processo di formazione del cristallo, applicazione di sforzi esterni al cristallo, campo di tensioni interne al cristallo, distribuzione statistica dell'agitazione termica degli atomi, azione meccanica di onde sonore, radiazioni a elevato contenuto energetico (caso dei materiali metallici dei reattori nucleari).

A differenza dei difetti puntuali, è possibile mostrare che termodinamicamente sarebbe possibile evitare la formazione di dislocazioni all'equilibrio, in quanto queste sono dovute a un posizionamento anomalo, rispetto al reticolo cristallino ideale, di un "gruppo ordinato" di ioni, che permette di parlare paradossalmente di un "disordine-ordinato".

Tuttavia, la formazione di dislocazioni risulta in pratica inevitabile per motivi cinetici, cioè dovuti alla crescita del cristallo stesso: l'elevatissima velocità di formazione dei piani cristallini; la barriera di potenziale che deve essere superata all'inizio di un nuovo filare o di un nuovo piano cristallino; le tensioni interne che si creano nel cristallo durante la sua formazione e che tendono a farlo crescere suddividendolo in una serie di blocchi cristallini leggermente angolati fra loro (la struttura a mosaico del monocristallo cui si è già accennato). Le ultime due motivazioni richiederebbero conoscenze tecniche particolari,²⁴ mentre invece è facilmente comprensibile la prima, la elevata velocità di formazione dei piani cristallini.

Considerando che la velocità di accrescimento dei cristalli metallici può raggiungere, in alcune direzioni, valori di 70 $\mu\text{m}/\text{sec}$ e che uno strato di ioni metallici ha mediamente uno spessore di 0,0003 μm ,²⁵ durante la solidificazione di un materiale metallico fuso, in ogni secondo si formano circa $70/0,0003 = 233\ 000$ strati di ioni.²⁶ Questi ultimi, inoltre, non sono assimilabili a semplici piccolissime sfere prive di interazioni reciproche, in quanto gli ioni del reticolo

24 Per chi volesse approfondire: Giovanni Biggiero, *Dislocazioni e caratteristiche meccaniche dei materiali metallici*, Op. cit. pp. 67-71.

25 1 micrometro (μm) è un millesimo di millimetro ovvero un milionesimo di metro.

26 Giovanni Biggiero, *Scienza dei metalli*, Op. cit. pp. 82-84.

tendono a legarsi fra loro per effetto degli elettroni di valenza che circolano all'interno di tutto il reticolo cristallino²⁷ e interagiscono fra loro anche per effetto dei fenomeni di polarizzazione elettrica dovuti al moto degli elettroni interni a ciascun ione. Non si tratta quindi di collocare nei nodi del reticolo corpi "inerti". Inoltre, per avere un'idea della complessità e difficoltà dell'impilaggio atomico che si realizza durante l'accrescimento del cristallo, basti paragonare uno ione a una piccola sfera del diametro di 1 cm: in base al calcolo orientativo sopra riportato, in un secondo si dovrebbe realizzare un impilaggio di sfere per uno spessore di 2,33 chilometri! Si comprende, pertanto, come sia praticamente impossibile evitare la formazione di dislocazioni durante la formazione di un cristallo.

6 - Il perfetto disordine dei gas ideali

Lo stato gassoso ideale è caratterizzato dalla negazione di tutte le proprietà caratteristiche dello stato solido ideale: completo disordine nella disposizione spaziale delle particelle elementari, mancanza di forma propria, compressibilità, deformabilità, prevalenza dell'agitazione termica sulle forze di coesione fra le particelle elementari, assenza di energia reticolare.

7 - L'ordine nel disordine dei liquidi

Un caso intermedio fra il perfetto ordine del solido ideale e il perfetto disordine del gas ideale è quello dello stato liquido, che dal punto di vista della disposizione spaziale delle particelle elementari manifesta l'esistenza di embrioni di struttura cristallina, tanto da poter pensare un liquido costituito da isole cristalline immerse in un mare di molecole in moto caotico, costituenti un gas reale ad elevata densità. Secondo tale modello, dunque, un liquido sarebbe costituito da solido e gas reale.

27 Elettroni comuni di valenza del legame metallico.

Un altro modello molto accattivante è quello che ipotizza nello stato liquido un ordine statistico che continuamente si crea e si distrugge fra le particelle elementari animate dai moti termici.

Inoltre, è doveroso e curioso ricordare che esistono liquidi con una struttura cristallina talmente definita, da essere indicati con il termine “cristalli liquidi”, che è evidentemente un ossimoro. Più propriamente si deve parlare di fasi mesomorfe. Un esempio classico è costituito dalla sostanza organica paraazossianisolo, che a temperatura ambiente è un solido, mentre a 84°C diventa un cristallo liquido con proprietà anisotrope tipiche dei solidi fino a 150°C, diventando al di sopra di tale temperatura un vero liquido con proprietà isotrope.²⁸

8 - Fotografare l'ordine e il disordine: i diffrattogrammi

Cerchiamo di rispondere ora alla seconda domanda: come riusciamo a rilevare l'esistenza di un ordine o di un disordine della materia a livello atomico?

Ciò è possibile attraverso l'esame delle figure di diffrazione, che sono particolari “radiografie” della materia a livello atomico.

È noto che le onde elettromagnetiche (quelle di lunghezze d'onda compresa fra circa 4×10^{-5} cm e 7×10^{-5} cm costituiscono la luce) hanno una duplice natura, nel senso che in certi fenomeni si manifestano come un flusso di corpuscoli (fotoni), mentre in altri fenomeni si manifestano come una propagazione di energia per onde (vedi box *Onde elettromagnetiche*). La riflessione e la rifrazione sono fenomeni perfettamente spiegabili considerando la natura corpuscolare delle radiazioni elettromagnetiche, mentre la diffrazione è spiegabile soltanto se si considera la natura ondulatoria (vedi box *Diffrazione*).

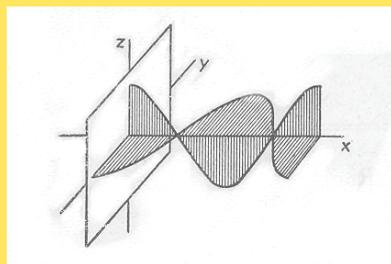
Gli aggregati di particelle elementari (atomi, ioni, molecole) disposti nei nodi reticolari della materia non sono a contatto fra loro ma sono distanziati, in maniera variabile a seconda del materiale ma sempre a distanze dell'ordine delle dimensioni dell'atomo, cioè dell'Angstrom, che è un centesimo di un milionesimo di centimetro

28 Paolo Silvestroni, *Fondamenti di Chimica*, Op. cit., pp. 180-181.

Onde elettromagnetiche

Michael Faraday nel 1831 scoprì sperimentalmente che un campo magnetico variabile genera un campo elettrico. Nel 1865 il grande fisico teorico scozzese James Clerk Maxwell riprese e formalizzò matematicamente in maniera simmetrica l'idea di Faraday: un campo elettrico variabile genera un campo magnetico così come un campo magnetico variabile genera un campo elettrico. Nelle sue celebri equazioni che regolano tutti i fenomeni elettromagnetici, Maxwell legò fra loro, in una interazione reciproca, il campo elettrico e il campo magnetico unificati in un unico "campo elettromagnetico". Ma cosa intendeva Maxwell per interazione fra campo elettrico e campo magnetico?

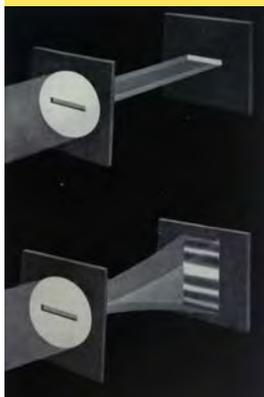
Un campo elettrico variabile genera un campo magnetico (Maxwell), che però non esisteva nell'istante prima che fosse generato; ciò vuol dire che il campo magnetico è cambiato e quindi, secondo Faraday, deve generare un campo elettrico; il campo elettrico così generato si va ad aggiungere a quello preesistente e, provenendo anch'esso da una situazione in cui non esisteva, è variabile e quindi genera un altro campo magnetico e così via. Siamo in presenza di una specie di "reazione a catena", o meglio di un fenomeno autosostenentesi: un campo elettrico variabile genera un campo magnetico variabile che a sua volta genera un campo elettrico variabile, ecc. Questa combinazione di campi elettrici e magnetici variabili, in grado di autosostenersi, costituisce un'onda elettromagnetica. Le perturbazioni dei due campi elettrico e magnetico si propagano come un'onda da un punto all'altro dello spazio: le increspature del campo elettromagnetico provocate dalle variazioni dei due componenti si propagano "per onde" nello spazio.



Onda elettromagnetica. I due campi elettrico e magnetico oscillano in piani fra loro perpendicolari.

Diffrazione

La diffrazione è quel fenomeno per il quale la luce (più in generale la radiazione elettromagnetica)¹ attraversando un foro o una fessura illumina anche le zone d'ombra geometrica del foro o della fessura. Ciò non potrebbe accadere se la luce fosse sol-



tanto un flusso di particelle (fotoni) che viaggiano in linea retta: è quindi uno dei fenomeni che mettono in evidenza la natura ondulatoria della luce. La diffrazione si verifica soltanto quando le dimensioni del foro o della fessura sono dello stesso ordine di grandezza della lunghezza d'onda della radiazione ed è tanto più accentuata quanto più piccole sono rispetto alla lunghezza d'onda. La diffrazione si spiega facilmente applicando il principio di Huygens-Fresnel, secondo il quale i

punti di un fronte d'onda diventano centri di altrettante onde sferiche il cui involuppo costituisce un nuovo fronte d'onda. I punti del foro, (o della fenditura) investiti dal fascio incidente, diventano allora sorgenti di tante onde sferiche che oltrepassano il foro e interferiscono fra loro, ora sommandosi ora sottraendosi in corrispondenza dello schermo posto al di là del foro, a seconda che su questo giungano in fase o in controfase, dando luogo alle tipiche figure di diffrazione, costituite da fasce luminose e scure alternate (nel caso di fenditure rettangolari) o anelli circolari



luminosi e scuri alternati (nel caso di fenditure circolari).



¹ La diffrazione riguarda però, più in generale, qualunque tipo di onde elastiche (per es. quelle acustiche).

($\text{\AA} = 10^{-8}$ cm). In altri termini, in maniera semplificata, si può immaginare che la presenza dei vuoti internodali dia luogo, a livello atomico, a tanti fori all'interno del materiale di dimensioni dell'ordine dell'Angstrom. Allora un fascio di radiazioni elettromagnetiche di lunghezza d'onda dell'ordine dell'Angstrom, attraversando un materiale, dovrebbe uscirne diffratto: è ciò che fu scoperto negli anni dal 1895 al 1915 da diversi fisici.

L'8 novembre 1895 il fisico tedesco Wilhelm Röntgen scoprì l'esistenza di radiazioni elettromagnetiche di notevole contenuto energetico con lunghezze d'onda comprese fra circa 10^{-14} cm e 10^{-6} cm,

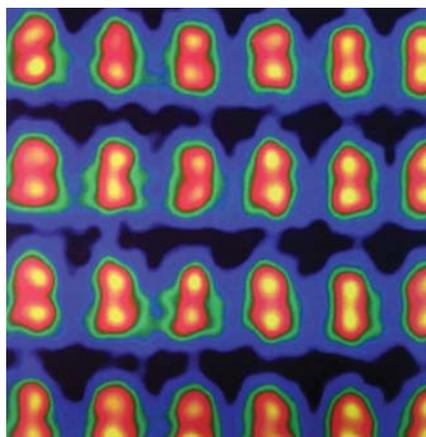


Fig. 15 - Fotografia al microscopio elettronico di coppie di atomi di silicio (Si) distanti $0,78 \text{\AA}$. (Da David Oxtoby, H.P. Gillis, Ian Campion, *Chimica Moderna* (titolo originale *Principles of Modern Chemistry*), Napoli, Edises, 2015, p. 1035).

in grado di attraversare la materia e impressionare lastre fotografiche. Li chiamò raggi X, per porre in evidenza la loro natura ancora sconosciuta (furono poi anche detti raggi Röntgen in suo onore²⁹). Nel 1901 Röntgen ricevette il premio Nobel per questa scoperta. Un altro fisico tedesco, Max Von Laue, ebbe l'intuizione che i raggi X di lunghezza d'onda dell'ordine dell'Angstrom, attraversando i materiali cristallini potessero dare luogo a fenomeni di diffrazione, avendo lunghezze d'onda paragonabili alle distanze fra i piani reticolari. Questa intuizione fu poi confermata sperimentalmente da Walther Friedrich e Paul Knipping nel 1912, avvalorando pertanto

la teoria della diffrazione dei raggi X da parte dei cristalli, per la quale nel 1914 Max von Laue ricevette il premio Nobel per la fisica.³⁰

²⁹ Anche se Röntgen si oppose.

³⁰ Quasi contemporaneamente a Max von Laue due fisici britannici, William Henry Bragg e William Lawrence Bragg, padre e figlio, elaborarono una diversa teoria della diffrazione dei raggi X da parte dei cristalli più semplice e facile da esporre graficamente, ma equivalente a quella di von Laue. Per essa i Bragg ricevettero il premio Nobel per la fisica nel 1915.

Immaginate ora di inviare su un materiale un fascio di raggi X (o di elettroni) e di disporre dietro di esso uno schermo in grado di rilevare le figure di diffrazione generate dal passaggio di tali raggi attraverso il reticolo cristallino. La forma di queste figure (spettro) è relazionata alla forma del reticolo cristallino. In tal modo la spettroscopia a raggi X (o quella elettronica) può rivelare la presenza e la forma di un reticolo cristallino a livello atomico. Ogni materiale ha un suo diffrattogramma specifico che lo identifica, come se fosse il suo DNA.

9 - Una nuova frontiera dello stato solido: i quasicristalli

Quanto visto precedentemente sullo stato liquido corregge un'affermazione che spesso si fa a livello di divulgazione, in maniera un po' troppo semplificata: per lungo tempo si è creduto che nella disposizione spaziale delle particelle elementari non ci fossero vie di mezzo tra il perfetto ordine dello stato solido ideale e il totale disordine dello stato gassoso ideale. Infatti, abbiamo visto che i liquidi rappresentano una via di mezzo fra ordine e disordine. Ciò che in realtà non si credeva possibile è, invece, che nello stesso stato solido potessero esistere casi di materiali con strutture a livello atomico non perfettamente cristalline, vale a dire non perfettamente ordinate, ovvero periodiche.

In cristallografia si dimostra che soltanto reticoli con celle a forma di triangolo equilatero, di rettangolo, di quadrato o di esagono regolare possono soddisfare i requisiti per costituire una struttura cristallina, perchè soltanto quei poligoni hanno simmetrie rotazionali compatibili con la simmetria traslazionale che caratterizza un reticolo cristallino. Per simmetria rotazionale di una figura si intende una rotazione che applicata alla figura la trasforma in se stessa, pur senza trasformare ogni suo punto in se stesso: l'ordine della simmetria è dato dal rapporto fra l'angolo giro (360°) e l'angolo della rotazione (vedi box *La simmetria in matematica*). Per esempio, ruotando un esagono regolare di 60° attorno al suo centro, si riproduce lo stesso esagono senza però trasformare ogni suo punto in se stesso: l'ordine

della simmetria rotazionale è pertanto $360^\circ/60^\circ = 6$. Se, invece, si ripete la rotazione di 60° per 6 volte completando un angolo giro, si trasforma in se stesso non soltanto l'esagono ma anche ogni suo punto. Pertanto, si può anche dire che l'ordine di una simmetria rotazionale è il numero di rotazioni uguali effettuate in un giro completo, per trasformare una figura in se stessa punto per punto. Le

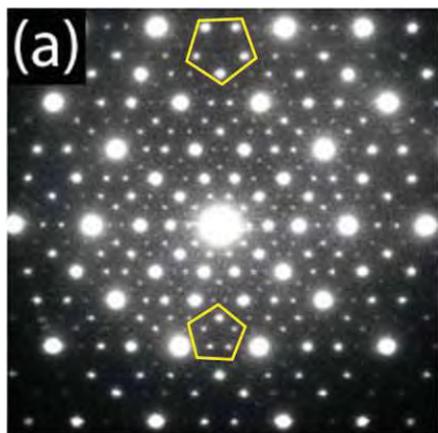


Fig. 16 - Diffrazione elettronica ottenuta dal quasicristallo naturale *icosaedrite*. A titolo di esempio, in giallo è evidenziata la presenza nel reticolo cristallino di 2 pentagoni (simmetria rotazionale di ordine 5). Molti altri pentagoni sono facilmente riconoscibili.

simmetrie rotazionali compatibili con la simmetria traslazionale di un cristallo sono soltanto quelle di ordine 1, 2, 3, 4, 6 corrispondenti a rotazioni di 360° , 180° , 120° , 90° , 60° . La simmetria rotazionale di ordine 5 non è compatibile con la simmetria traslazionale cristallina, come è facile convincersi intuitivamente considerando il pentagono regolare, che è dotato di simmetria rotazionale di ordine 5 (ruotandolo attorno al suo centro 5 volte di 72° si riproduce lo stesso pentagono 5 volte in un giro completo) ma non soddisfa la simmetria traslazionale del cristallo, perché non esiste nessuna coppia di traslazioni indipendenti nel piano che applicate al

pentagono possano riempire con esso il piano senza sovrapposizioni del pentagono e senza lasciare vuoti (vedi box *Tassellature*). Dunque la simmetria rotazionale di ordine 5 è una simmetria considerata "impossibile" in cristallografia: una simmetria "proibita".

Invece, nel 1984, Daniel Schechtman, solidificando una lega metallica di alluminio-manganese ($Al_{80}Mn_{20}$), è riuscito a produrre in laboratorio il primo materiale solido in cui è presente una simmetria rotazionale di ordine 5, nel quale gli atomi si dispongono in un modo non perfettamente periodico ma "quasi periodico", che quindi



Fig. 17 - Il pezzo di meteorite (Khatyrka) contenente il primo quasicristallo naturale Icosaedrite, $\text{Al}_{63}\text{Cu}_{24}\text{Fe}_{13}$, scoperto nel 2009 da Luca Bindi e Paul J. Steinhardt. Listvenitovyi Stream, Khatyrka river, Chetk.

è stato chiamato “quasicristallo”.³¹ Poiché, nella struttura atomica della materia, abbiamo identificato il concetto di ordine con quello di disposizione periodica³² degli atomi (o degli ioni o delle molecole) costituenti la materia, possiamo anche dire che mentre i cristalli, a livello atomico, sono strutture ordinate, i quasicristalli sono strutture quasi-ordinate. «Più precisamente «i quasicristalli (abbreviativo di “cristalli quasiperiodici”) sono solidi caratterizzati da uno spettro di diffrazione composto da picchi di Bragg (come i cristalli) ma con simmetrie vietate ai cristalli, come una simmetria 5 in un piano o una simmetria icosaedrica nelle tre dimensioni».³³

La scoperta del primo quasicristallo artificiale lasciò incredulo lo stesso Shechtman, che però alla fine accettò l'esito dei suoi esperimenti. La comunità scientifica, invece, fu molto ostile verso la sua scoperta e anche nei suoi riguardi personali. Il principale oppositore è stato il grande chimico Linus Pauling, premio Nobel per la

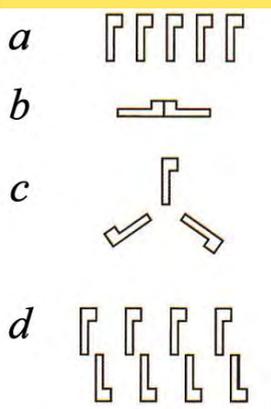
31 D. Schetman, I. Blech, D. Gratias e J. Cahn, *Metallic Phase with Long-Range Orientational Order and No Translational Symmetry*, in «Physical Review Letters», vol. 53, n. 20, 1984, p.1951.

32 La precisazione è necessaria, in quanto potrebbero assumersi altre definizioni di ordine. Il concetto di ordine è, più in generale, legato alla applicazione di una ben definita legge di disposizione degli oggetti di un insieme. La disposizione periodica regolata dall'applicazione della simmetria traslazionale è soltanto una delle possibili leggi secondo cui ordinare un insieme di oggetti.

33 Luca Bindi, *C'era una volta in Kamchatka... La scoperta di quasicristalli naturali*, in http://www.crist.unifi.it/upload/sub/Relazione_Dr%20LucaBindi.pdf

La simmetria in matematica

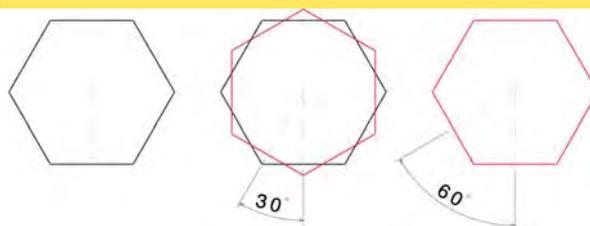
Dall'esperienza quotidiana tutti traiamo un'idea vaga di cosa sia una simmetria. Diciamo che due cose sono simmetriche se sono ugualmente poste rispetto a qualcos'altro, come accade nella simmetria assiale di due figure, ovvero la loro "riflessione" rispetto a una data retta: i punti corrispondenti delle due figure giacciono da parti opposte rispetto alla retta e hanno da essa la stessa distanza.



La matematica definisce in maniera più precisa e completa il concetto di simmetria. Anzitutto comincia con il considerare tutte quelle trasformazioni geometriche che, sul piano, lasciano invariate le distanze fra punti, che chiama quindi "isometrie". Interpretate meccanicamente, le isometrie sono movimenti rigidi che non deformano la figura, lasciando invariata la distanza fra qualunque coppia di suoi punti. Si può dimostrare che esistono soltanto 4 tipi di isometrie

nel piano: la traslazione (a), la riflessione (b), la rotazione (c) e la glissoriflessione (d). Le prime tre sono ben note a tutti. La quarta, la glissoriflessione, è il risultato dell'applicazione di una riflessione e di una traslazione.

Una "simmetria" di una figura è una particolare isometria, che trasforma la figura in se stessa (pur senza trasformare in sé ogni singolo unto). Sono sempre simmetrie le riflessioni, mentre sono simmetrie le traslazioni, le rotazioni e le glissoriflessioni se riproducono la stessa figura. Per esempio, la rotazione di un



esagono regolare attorno al suo centro di 30° è una isometria perché lascia in-

variate le distanze fra i punti dell'esagono ma non è una simmetria perché non trasforma l'esagono in se stesso. È invece una simmetria la rotazione di 60° dello stesso esagono.

chimica nel 1954 e per la pace nel 1962.³⁴ Ma la Reale Accademia Svedese delle Scienze di Stoccolma non fu del parere di Pauling e dei suoi seguaci, riconoscendo il grande merito della scoperta dei quasicristalli con l'assegnazione a Shechtman del Premio Nobel per la chimica nel 2011.³⁵

Dopo di esso, fino ad oggi, sono stati realizzati in laboratorio circa un centinaio di quasicristalli, ma non si pensava che potessero esistere in natura. Nel 2009, invece, Luca Bindi, docente del Dipartimento di Scienze della Terra all'Università di Firenze e ricercatore del CNR, assieme al fisico Paul J. Steinhardt ha scoperto il primo quasicristallo naturale (*icosaedrite* $\text{Al}_{63}\text{Cu}_{24}\text{Fe}_{13}$)³⁶ in un campione di roccia proveniente dai monti Koryak in Russia (figura 17).³⁷ La particolarità davvero sorprendente di questa scoperta è che esso è risultato di origine extraterrestre, essendo il campione di roccia che lo contiene non altro che un pezzo di un meteorite che ha impattato la Terra circa 15000 anni fa e formatosi 4,57 miliardi di anni fa.³⁸

Queste scoperte hanno indotto l'International Union of Crystallography a mantenere la definizione di solido come cristallo, modifi-

34 A Pauling si deve essenzialmente la moderna teoria dei legami chimici. Pauling cercò di demolire la scoperta dei quasicristalli di Shechtman in un seminario al California Institute of Technology, paragonandola alla scoperta della "poliacqua", una specie di plastica realizzata a partire dall'acqua, di cui poi fu dimostrata la falsità in quanto la sua presunta esistenza era soltanto dovuta al fatto che l'acqua usata per gli esperimenti era contaminata con silice. È rimasta celebre la frase che Pauling ripeteva contro Shechtman: «Non esiste nulla come i quasicristalli, esistono solo i quasiscientifici». Il capo del gruppo di ricerca di Pauling arrivò persino a oltraggiare Shechtman porgendogli un volume di cristallografia, per invitarlo a ristudiare quella materia, chiedendogli di abbandonare il team per non far ricadere la sua vergogna e il disonore su di loro.

35 Il testo originale del prof. Sven Lidin, della Reale Accademia Svedese delle Scienze, sull'assegnazione del premio Nobel 2011 per la chimica a Dan Shechtman per la scoperta dei quasicristalli è disponibile on-line: https://www.nobelprize.org/nobel_prizes/chemistry/laureates/2011/advanced-chemistryprize2011.pdf

36 L. Bindi, P. J. Steinhardt, N. Yao e P. J. Lu, *Natural Quasicrystals*, in «Science», vol. 324, n. 5932, 2009, pp. 1306-9

37 Attualmente il frammento è conservato presso il Museo di Storia Naturale dell'Università degli Studi di Firenze.

38 Una avvincente narrazione della scoperta del primo quasicristallo naturale è stata recentemente scritta dallo stesso Luca Bindi con il titolo *There's plenty of room at the bottom... C'è un sacco di spazio in fondo...* per il volume *Quasicristalli, intrecci segreti fra natura, scienza e arte* (a cura di Carlo Francou, Ugo Locatelli e Luca Nicotra), Roma, UniversItalia, 2017).

cando però la vecchia definizione di cristallo come “solido dotato di ripetizione periodica” per ridefinirlo come “qualsiasi materiale che dia una figura di diffrazione discreta”, che vale sia nel caso in cui questa riveli una ripetizione perfettamente periodica delle particelle elementari, sia nel caso in cui invece riveli una ripetizione spaziale quasi periodica:

A material is a crystal if it has essentially a sharp diffraction pattern. The word essentially means that most of the intensity of the diffraction is concentrated in relatively sharp Bragg peaks, besides the always present diffuse scattering. In all cases, the positions of the diffraction peaks can be expressed by:

$$\mathbf{H} = \sum_{i=1}^n h_i \mathbf{a}_i^* \quad (n \geq 3)$$

Here \mathbf{a}_i^* and h_i are the basis vectors of the reciprocal lattice and integer coefficients respectively and the number n is the minimum for which the positions of the peaks can be described with integer coefficient h_i . The conventional crystals are a special class, though very large, for which $n = 3$.

10 - Un inatteso incontro fra scienza, arte e natura

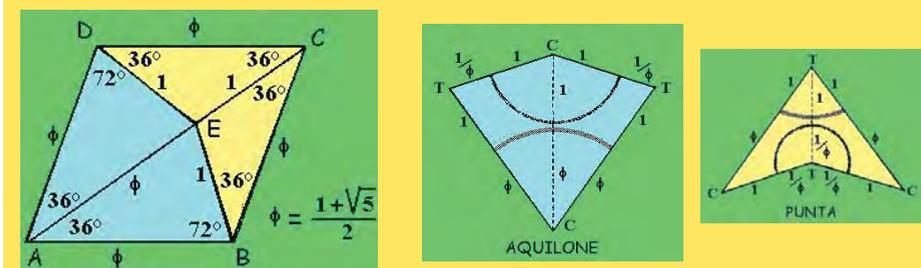
La medesima struttura geometrica di reticolo quasiperiodico si trova, però, anche nelle tassellature scoperte dal fisico, matematico e cosmologo Roger Penrose e da Robert Ammann nel 1974, dieci anni prima della creazione del primo quasicristallo sintetico da parte di Schechtman. Esse consentono di riempire un piano in maniera quasi periodica con particolari figure geometriche.

Il mosaico ideato da Penrose era costituito da un macrotassello costituito da due tipi di tasselli fondamentali denominati “aquilone” e “dardo” (vedi box *Tassellature*) che violava le regole della simmetria cristallografica, perché aveva una simmetria rotazionale di ordine 5 incompatibile con la simmetria traslazionale a lungo raggio propria dei cristalli. Qualche anno più tardi fu dimostrato che tale tassellatura era in realtà “quasiperiodica”.³⁹

³⁹ Per dimostrare che un insieme di prototasselli è aperiodico si può mostrare che

Tassellature

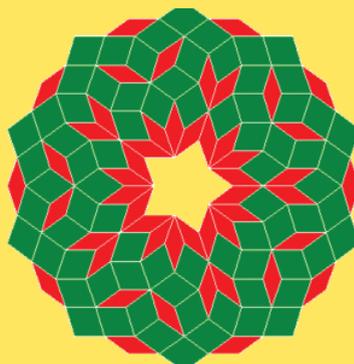
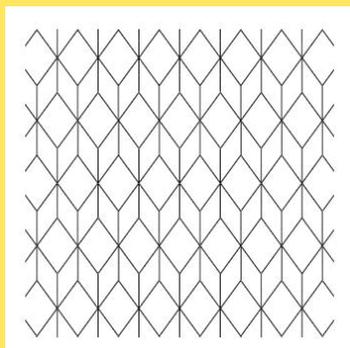
Una tassellatura è un riempimento del piano (infinito) con figure congruenti (cioè sovrapponibili) dette genericamente "tasselli" o "tessere", in modo da non avere mai né sovrapposizioni né spazi vuoti. In matematica questo concetto viene espresso definendo una tassellatura del piano come una partizione del piano in figure congruenti. I tasselli possono essere semplici (prototasselli) oppure composti da più figure geometriche (macrotasselli). Se è possibile ottenere il ricoprimento del piano traslando ripetutamente il tassello di una certa lunghezza a e b secondo due diverse direzioni, la tassellatura si dice "periodica". In tal caso esistono una simmetria di traslazione secondo le due direzioni e una simmetria di orientazione. Se invece ciò non accade, la tassellatura è detta "aperiodica" e non esiste alcuna simmetria di traslazione estesa a tutto il piano. Con alcuni tipi di tasselli è possibile realizzare tassellature soltanto periodiche, con altri invece è possibile costruire soltanto tassellature aperiodiche. Infine esistono tasselli che permettono di realizzare tassellature sia periodiche sia aperiodiche, a seconda della legge di composizione. Nel 1961, il matematico, logico e filosofo Hao Wang (1921-1995) dimostrò la possibilità di un algoritmo per decidere se un dato insieme di tasselli può tassellare o meno il piano e che, se ciò accade, la tassellatura è periodica. Ma questa possibilità fu invece dimostrata inesistente da Robert Berger, che nel 1966 scoprì che nessun algoritmo fissato può determinare se un dato insieme di tasselli arbitrari può tassellare il piano, provando quindi la possibilità di prototessere in grado di tassellare il piano soltanto aperiodicamente (prototessere aperiodiche). Lui stesso fornì il primo esempio di insieme di tessere aperiodiche, costituito da ben 20426 forme diverse di tasselli; tale insieme successivamente fu ridotto a 104 tasselli. Nel 1968 Donald Knuth propose un insieme di 92 tasselli aperiodici. Due anni dopo, nel 1970, Raphael Robinson ideò un altro insieme di solo 6 tessere aperiodiche di forma quadrata con varie incisioni ed estensioni sui bordi per impedire la disposizione periodica. Nel 1973 Roger Penrose propose un altro insieme di 6 prototessere aperiodiche e l'anno dopo, nel 1974, il più semplice insieme aperiodico, composto da appena 2 tasselli fondamentali, i famosi "Aquilone (Kite)" e "Dardo (Dart)", che possono essere costruiti a partire da un rombo avente angoli acuti di 72° e angoli ottusi di 108° . Riportando sulla diagonale maggiore il punto E tale che sia $AE=AB$ si ottiene la sezione aurea della diagonale. Unendo E con i vertici degli angoli ottusi, si ottengono i due tasselli chiamati "aquilone" e "dardo".



Per ottenere un macro tassello aperiodico l'aquilone e il dardo devono essere accoppiati secondo una determinata regola (l'insieme delle restrizioni in base alle quali i tasselli possono essere adiacenti l'uno all'altro.) Le più famose macro tessere aperiodiche formate con aquiloni e dardi (o punte) sono l'"Asso", la "Cravatta a farfalla piccola" e la "Cravatta a farfalla grande".



Successivamente Penrose scoprì altri due tasselli fondamentali con i quali però è possibile costruire tassellature sia periodiche sia aperiodiche, a seconda della regola di accoppiamento nella macro tessera. Si tratta di un rombo con angoli acuti di 36° e ottusi di 144° (rombo sottile, *thin*) e un rombo con angoli acuti di 72° e ottusi di 108° (rombo spesso, *thick*).



Tassellature periodica e quasiperiodica di Roger Penrose, realizzata con rombi con lati di uguale lunghezza ma con angoli: a) acuti di 36° e ottusi di 144° , b) acuti di 72° e ottusi di 108° .

Nello stesso anno 1974 Penrose ideò un altro insieme di 2 prototasselli aperiodici aventi però forme non geometriche: uccello (bird) e pesce (fish).

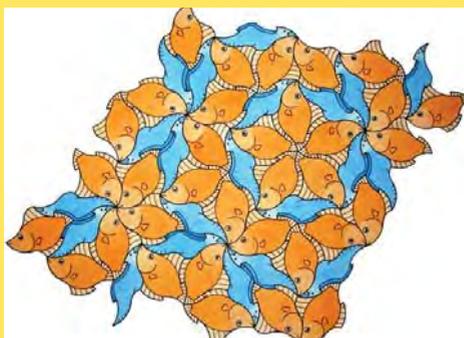




Fig. 18 - Peter Lu davanti la Madrasa Divanbegi a Bukhara, Uzbekistan.



Fig. 19 - Particolare di girih della Madrasa di Nadir-Divanbegi.

Nel febbraio 2007, inoltre, Peter J. Lu, dottorando in fisica all'Università di Harvard, in occasione di un suo viaggio in Uzbekistan, osservando un mosaico (*girih*) su una parete della Madrasa di Nadir Divanbegi⁴⁰ a Bukhara (figure 18, 19), ebbe l'intuizione che l'apparente aperiodicità delle sue forme geometriche era soltanto la conclusione di una visione superficiale del mosaico, mentre un'analisi più attenta lo convinse che potesse essere ricondotta a quella della tassellatura di Penrose, vale a dire a una "quasi-periodicità". Successivamente, Lu studiò assieme al fisico Paul J. Steinhardt dell'Università di Princeton, esperto di quasicristalli, centinaia di fotografie delle decorazioni geometriche islamiche disponibili negli archivi dell'università. I risultati di queste loro ricerche

ogni tassellazione formata da tale insieme è "sostituibile", ossia è una tassellazione gerarchica nel piano che viene generata tramite una legge di composizione. (Tesi di Laurea Magistrale in Matematica di Emanuela Flammini *Sulle tassellazioni di Penrose* Relatore Prof. Andrea Bruno, Università degli Studi "Roma Tre", Roma. Classificazione AMS : 05B45, 52C23., febbraio 2008).

⁴⁰ La madrasa era un edificio che ospitava un istituto di istruzione superiore per le scienze giuridico-religiose, costituito da un cortile aperto con due o quattro atri fra i quali si allineavano le stanze che alloggiavano gli studenti. Erano, insomma, dei "college" ante-litteram.

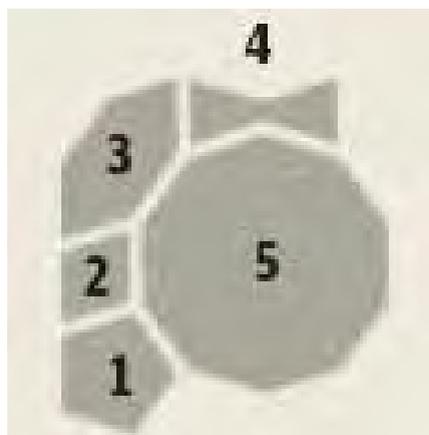


Fig. 20 - Tessere fondamentali della macrotessera utilizzata nei girih.

furono pubblicati⁴¹ lo stesso anno e da esse è emersa una conclusione davvero sorprendente: i mosaici geometrici islamici, dal XV secolo in poi, erano ottenuti riproducendo su tutta la superficie da decorare una macrotessera (figura 20) formata da cinque tessere elementari aventi le forme di un pentagono, di un rombo, di un esagono oblungo, di una farfalla e di un decagono regolare, secondo una struttura molto simile alla celebre tassellatura di Penrose.

Gli artisti islamici, dunque, nei loro bellissimi mosaici dalle caratteristiche decorazioni con tasselli

a stelle e poligoni, chiamati in persiano *girih*, hanno impiegato, già 500 anni fa, le strutture quasiperiodiche proprie dei quasicristalli e delle tassellature di Penrose.

Le strutture quasi periodiche si ritrovano, dunque, sia nel quasicristallo naturale scoperto da Bindi e Steinhardt (*icosaedrite*), sia nelle tassellature di Penrose, sia nei mosaici islamici (*girih*), costituendo un esempio straordinario di intreccio tra natura, scienza e arte.⁴²

41 Peter J. Lu and Paul J. Steinhardt, *Decagonal and Quasi-crystalline Tilings in Medieval Islamic Architecture*, «Science» vol. 315, n° 1106 (2007).

42 Cfr. Luca Nicotra, *Il ruolo dell'Islàm nello sviluppo delle scienze*, «ArteScienza», N. 4, anno II, 2015, pp. 117-124.

ArteScienza

Rivista telematica semestrale

<http://www.assculturale-arte-scienza.it>

Direttore Responsabile: Luca Nicotra

Direttori onorari: Giordano Bruno, Pietro Nastasi

Registrazione n.194/2014 del 23 luglio 2014 Tribunale di Roma

ISSN on-line 2385-1961

Proprietà dell'Associazione Culturale "Arte e Scienza"