

Musica: ragione e sentimento

Luca Nicotra *

Sunto: *La moderna contrapposizione fra musica e scienza, ovvero fra impulso creativo e ragione, è falsa ed è stata teorizzata da Friedrich Nietzsche come dissidio fra spirito dionisiaco e spirito apollineo, ma non esisteva nell'antichità e anche ai giorni nostri si sta dissolvendo in molti musicisti contemporanei, anche se persiste nell'immaginario collettivo. I legami della musica con la scienza, e in particolare con la matematica, sono numerosi e saldi e si rispecchiano nell'esistenza di molti matematici-musicisti e viceversa musicisti-matematici.*

Parole Chiave: matematici, musicisti, spirito apollineo, spirito dionisiaco, Friedrich Nietzsche.

Abstract: *The contrast between modern music and science, or between creative impulse and reason, is false and has been theorized by Friedrich Nietzsche as a conflict between the spirit Apollonian and Dionysian spirit, but did not exist in ancient times and even today is dissolving into many musicians contemporary, although it persists in the collective imagination. The bonds of music with the science, and in particular with mathematics, are numerous and balances and are reflected in the existence of many mathematicians-musicians and musicians-mathematicians vice versa.*

Keyword: mathematicians, musicians, Apollonian spirit, Dionysian spirit, Friedrich Nietzsche.

Citazione: Nicotra L., *Musica: ragione e sentimento*, «ArteScienza», Anno III, N. 5, pp. 91-138.

1 - La musica fra dionisiaco e apollineo

Nell'immaginario collettivo è piuttosto diffusa l'idea che la musica, con la sua calda passionalità, sia agli antipodi rispetto alla

* Direttore responsabile di «ArteScienza», ingegnere e giornalista, Presidente dell'Associazione culturale "Arte e Scienza"; luca.nicotra1949@gmail.com.

fredda razionalità della scienza.

Questa contrapposizione è tuttavia piuttosto recente, mentre non esisteva nell'antichità. La si attribuisce soprattutto al filosofo tedesco Friedrich Nietzsche, che nella sua opera del 1872 *Nascita della Tragedia dallo Spirito della Musica* (*Die Geburt der Tragödie aus dem Geiste der Musik*) individuò nello spirito dionisiaco e nello spirito apollineo due forze antitetiche dell'uomo:

... i due impulsi così diversi procedono l'uno accanto all'altro, per lo più in aperto dissidio fra loro e con un'eccitazione reciproca a frutti sempre nuovi e più robusti, per perpetuare in essi la lotta di quell'antitesi, che il comune termine "arte" solo apparentemente supera: finché da ultimo, per un miracoloso atto metafisico della "volontà" ellenica, appaiono accoppiati l'uno all'altro e in questo accoppiamento producono finalmente l'opera d'arte altrettanto dionisiaca che apollinea della tragedia attica.¹



Fig. 1 - William Adolphe Bouguereau, *Il giovane Bacco* (1884).

Nietzsche, nella sua metafora, si riferisce alle due divinità degli antichi greci protettrici delle arti, Apollo per «l'arte dello scultore» e Dioniso per «l'arte non figurativa della musica».²

1 Friedrich Nietzsche, *La nascita della tragedia*, trad. di Sossio Giametta, Azzate, Adelphi, 1977, p. 21.

2 Ivi.



Fig. 2 - Maurice Girardon, *Apollo con le ninfe*.

Dioniso è il dio del vino, dell'ebbrezza, del delirio mistico creativo; rappresenta la notte, l'oscurità, il *Pathos* dei greci, che indicava gli istinti irrazionali, il *Chaos*, la voragine oscura primordiale dalla quale si è generato il cosmo.³ La sferatezza delle danze e dei canti delle baccanti è l'espressione della creatività e del completo

abbandono agli impulsi vitali. Lo spirito dionisiaco, secondo Nietzsche, si esprime appieno nella musica e nella danza.

Apollo, invece, è il dio dell'equilibrio, della misura, è il «"risplendente", la divinità della luce»,⁴ della ragione, rappresenta il *Logos*, il pensiero. Lo spirito apollineo si esprime, quindi, al massimo grado nelle arti plastiche, l'architettura e la scultura, che sono plasmate dall'armonia delle proporzioni geometriche.

L'arte è il "ponte", per dirla con Nietzsche, fra lo spirito apollineo e lo spirito dionisiaco, nel senso che ogni forma d'arte è pervasa da una mescolanza di spirito apollineo e dionisiaco in contrasto incessante fra loro, con prevalenza ora dell'uno ora dell'altro. Soltanto nella tragedia attica, e in quella di Sofocle in particolare, si raggiunge il perfetto equilibrio fra apollineo e dionisiaco.

Ma tale equilibrio si rompe con l'apparizione, sulla scena del

3 Questo è il significato originario del *Chaos* secondo la Teogonia di Esiodo e non quello posteriore e oggi diffuso di "disordine": «Dunque, per primo fu il *Chaos*, e poi Gaia dall'ampio petto, sede sicura per sempre di tutti gli immortali che tengono le vette dell'Olimpo nevoso, ...».

4 Friedrich Nietzsche, *Op. cit.*, p. 23.

mondo, di Socrate che, con il suo principio «solo chi sa è virtuoso»,⁵ incoraggia «il tipo di una forma di esistenza prima di lui mai esistita, il tipo dell'uomo teoretico»,⁶ interamente pervaso dallo spirito apollineo, tutto volto a razionalizzare, ordinare e formalizzare, che «gode e si appaga nel togliere il velo [della verità] e trova il suo supremo fine e piacere nel processo di un disvelamento sempre felice, che riesca per forza propria», in antitesi con lo spirito dionisiaco dell'artista, che a «ogni disvelamento della verità rimane attaccato con sguardi estatici sempre e solo a ciò che anche ora, dopo il disvelamento, rimane velo». ⁷ Nell'uomo teoretico il dionisiaco è totalmente assente; è la fine della tragedia greca e l'inizio della cultura occidentale moderna:

Dioniso era già stato cacciato dalla scena tragica, cacciato da una potenza demoniaca che parlava per bocca di Euripide. Anche Euripide era in certo senso solo maschera: la divinità che parlava per sua bocca non era Dioniso e neanche Apollo, bensì un demone di recentissima nascita, chiamato Socrate. È questo il nuovo contrasto: il dionisiaco e il socratico, e l'opera d'arte della tragedia greca però a causa di esso.⁸

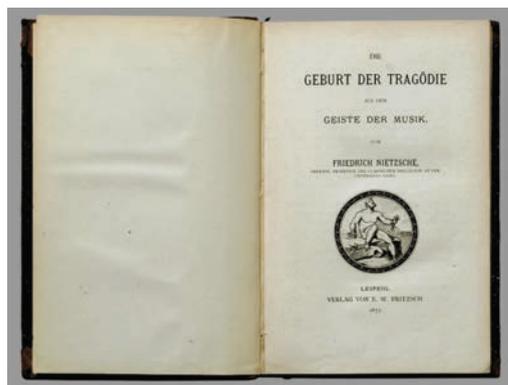


Fig. 3 - Friedrich Nietzsche, *La nascita della tragedia*.

Schematizzando in maniera forzatamente estrema, possiamo identificare lo spirito dionisiaco nell'artista puro e lo spirito apollineo nello scienziato puro.

Ma la "purezza" è un'astrazione della mente umana, in natura nulla è "puro", tutto è contaminato: nel maschile c'è una parte del femminile e viceversa, i metalli puri in natura non esistono e anche il più raffinato processo metal-

5 Friedrich Nietzsche, *Op. cit.*, p. 86.

6 Ibidem, pp. 99-100.

7 Ibidem, p. 100.

8 Ibidem, p. 83.

lurgico non riesce a ottenerli al 100% dai minerali entro cui si trovano. Anche la storia dell'arte e la storia della scienza dimostrano quanto falsa sia la presunta idea della purezza, di una netta separazione fra artista puro e scienziato puro. Lo stesso Nietzsche riconosce che «Apollo, come dio di tutte le arti figurative, è insieme il dio divinante.⁹ Egli, che secondo la sua radice è il "risplendente", la divinità della luce, domina anche la bella parvenza del mondo intimo della fantasia».¹⁰ È un chiaro riconoscimento che la razionalità non può esistere come creatura orfana della fantasia. Mutuando da Nietzsche potremmo affermare parimenti che non soltanto lo sviluppo dell'arte ma anche lo sviluppo della scienza è legato alla duplicità dell'apollineo e del dionisiaco: quest'ultimo prevalente nella fase creativa della scoperta scientifica, il primo invece interamente presente nella fase conclusiva di sistemazione e formalizzazione razionale.¹¹

Luigi Pirandello lo aveva compreso chiaramente fin dal 1900, quando scrisse per la rivista letteraria «Il Marzocco» il saggio *Scienza e critica estetica*, otto anni più tardi rielaborato nel famoso e sfortunato¹² saggio *Arte e Scienza*, che diede il titolo all'omonima raccolta:¹³

... ogni opera di scienza è scienza e arte, come ogni opera d'arte è arte e scienza. Solo, come spontanea è l'arte nella scienza, così spontanea è la scienza nell'arte.

9 Nella caratterizzazione classica del mito di Apollo è presente una certa ambiguità: divinità della figura geometrica e della proporzione ma anche della profezia ambivalente e di difficile interpretazione, il cui oracolo era consultabile nel tempio di Delfi a lui dedicato. Nietzsche nella sua opera *La filosofia nell'epoca tragica dei greci*, del 1873, cita a tal proposito il frammento 93 di Eraclito di Efeso (535 - 475 a.C.): «Il signore, il cui oracolo è a Delfi non dice né nasconde, ma indica». Questa ambiguità vuol forse significare il confine labile fra vero e falso, fra realtà e finzione, fra determinismo e probabilismo, fra razionalità e fantasia, fra coscienza e subconscio? In questa ambiguità non è forse riscontrabile un residuo ineliminabile del dionisiaco anche nello stesso apollineo?

10 Friedrich Nietzsche, *Op. cit.*, p. 23.

11 Cfr. Luca Nicotra - *L'immaginazione creatrice nell'arte e nella scienza*. In Atti della conferenza "Caos e immaginazione nell'arte e nella scienza" - Monte Compatri 15 maggio 2008, Tinello Borghese, Edizioni Controluce, Monte Compatri 2008.

12 Fu praticamente ignorato fino alla sua ristampa del 1960 nel volume a cura di Manlio Lo Vecchio-Musti: *Luigi Pirandello, Saggi, Poesie, Scritti vari*, Milano, Arnoldo Mondadori, 1a edizione "I Classici contemporanei italiani", 1960.

13 Luigi Pirandello, *Arte e scienza*, Roma, W. Modes Libraio-Editore, 1908.

E in polemica con Benedetto Croce, che distingueva nettamente arte e scienza,¹⁴ replicava che «il rapporto tra arte e scienza, come il Croce lo pone, non esiste, perché l'arte non sta in quel primo gradino, non è un'attività sola dello spirito, ma tutto lo spirito, che, così nella scienza come nell'arte, si esplica non in due modi soltanto distintamente separati, bensì tutto quanto in questo e in quel modo».

Nietzsche in un primo tempo condanna l'uomo teoretico socratico, in quanto colpevole di reprimere le pulsioni vitali e creative, estraniato dalla spontaneità e naturalezza. In realtà non è così. Nietzsche, più tardi, si accorge del suo errore e rivaluta la scienza, in quanto pensiero critico in grado di correggere gli errori del pensiero degli uomini e auspica che lo scienziato si liberi dal puro meccanicismo, arricchendosi di creatività quanto l'artista. Ma in realtà, la biografia e l'opera dei grandi scienziati hanno sempre confermato l'atteggiamento auspicato dal grande filosofo tedesco.

Tornando al confinamento dionisiaco dell'«arte non figurativa della musica», lo stesso Nietzsche, proprio all'inizio della *Nascita della tragedia*, riconosce che «lo sviluppo dell'arte è legato alla duplicità dell'apollineo e del dionisiaco, similmente a come la generazione dipende dalla dualità dei sessi, attraverso una continua lotta e una riconciliazione che interviene solo periodicamente».¹⁵ Sarebbe quindi una contraddizione, da parte sua, ritenere "arte" la musica se in essa venisse meno la copresenza di questi «due impulsi così diversi» che, secondo il filosofo stesso, «procedono l'uno accanto all'altro, per lo

14 «Il Croce, com'è noto, stacca nettamente nella sua Estetica l'arte dalla scienza, non però la scienza dall'arte; relega l'arte in un primo gradino, la scienza in un secondo, che presuppone il primo; dice così: "Il rapporto di conoscenza intuitiva o espressione, e di conoscenza intellettuale o concetto, di arte e di scienza, di poesia e di prosa, non si può significare altrimenti se non dicendo ch'è quello di doppio grado. Il primo grado è l'espressione, il secondo il concetto: il primo grado può star senza il secondo, il secondo non può star senza il primo". Tutto il rapporto è assolutamente arbitrario, e l'arbitrio consiste appunto nell'aver fin da principio staccato con un taglio netto le varie attività e funzioni dello spirito, che sono in intimo inscindibile legame e in continua azione reciproca; nell'aver scisso la compagine della coscienza, considerandone solo una parte, che soltanto per astrazione può immaginarsi disgiunta dalle altre, e nell'aver fondato l'arte su questa. Naturalmente da questo arbitrio non poteva venir fuori che un'Estetica astratta, monca e rudimentale». (Luigi Pirandello, *Arte e Scienza*, 1908).

15 Friedrich Nietzsche, *Op. cit.*, p. 21.

più in aperto dissidio fra loro e con un'eccitazione reciproca a frutti sempre nuovi e più robusti». E sarebbe contraddittorio escludere dalla musica l'apollineo anche con il pensiero di Eraclito di Efeso (535 - 475 a.C.) che affermava: «Ciò che è opposizione è accordo, e dalle cose discordi sgorga bellissima Armonia, e tutte le cose nascono per legge di contesa» (fr.8). Non è possibile, dunque, come vorrebbe Nietzsche, relegare la musica nel regno del dionisiaco perché, mancando la "contesa" con il suo opposto, l'apollineo, non potrebbe essere, come invece è, Armonia.

La musica, al contrario di quanto pensava Nietzsche, sembra essere l'attività dell'uomo più apollinea e dionisiaca al tempo stesso, occupando pertanto un posto d'onore nel territorio contaminato dell'arte e della scienza, in pieno accordo con un pensiero dello scrittore e saggista russo Vladimir Vladimirovič Nabokov che mi sembra particolarmente attinente alla musica: «L'arte è la percezione dei misteri dell'irrazionale attraverso mezzi razionali». ¹⁶ Se sostituiamo "arte" con "musica", otteniamo la definizione probabilmente più bella della musica.

Credo che non esista alcun'altra attività artistica maggiormente intrisa di dionisiaco e apollineo, di sentimento e ragione, di arte e scienza quanto lo è la musica.

Cercherò di dimostrarlo, sia pure con sommari esempi, che quindi non hanno la pretesa di essere esaustivi. Ovviamente tralascierò del tutto, perché ben manifesto a tutti per le ragioni dette, la presenza del dionisiaco nella musica e concentrerò i miei sforzi unicamente sulla presenza dell'apollineo.

2 - L'apollineo nella musica

È scienza, nella musica, il suono, oggetto di studio dell'acustica, senza il quale la musica non esisterebbe.

È tecnologia, nella musica, lo strumento musicale, senza il quale

¹⁶ La frase di Vladimir Vladimirovič Nabokov è inserita nel libro immaginario intitolato *Opinioni forti* (1973) dello scrittore sudafricano John Maxwell Coetzee (premio Nobel per la letteratura 2003) che contiene una raccolta di articoli e interviste di Nabokov.

la musica non potrebbe essere prodotta.

È matematica, nella musica, la sua più intima struttura, senza la quale la musica sarebbe soltanto un insieme disordinato di suoni: ¹⁷ le scale, il ritmo, la nozione di metro, gli accordi, l'armonia, la tonalità, i battimenti che sono utilizzati nell'intonazione di uno strumento musicale per verificare la presenza di note calanti o crescenti.

Il matrimonio fra musica e matematica ha origini molto antiche, risalendo alla scuola pitagorica (VI sec. a. C.) alla quale fanno riferimento anche Platone nel dialogo *La Repubblica*, Cicerone nel *De Repubblica*, Sant'Agostino nel *De musica* e anche Dante Alighieri nella *Divina Commedia* (Paradiso).

Nel Medioevo lo scibile umano era diviso in due grossi schieramenti, come oggi lo sono le cosiddette "due culture": il *Trivio*, che comprendeva le discipline letterarie (grammatica, retorica, dialettica) e il *Quadrivio* di cui facevano parte le discipline scientifiche (aritmetica, geometria, musica, astronomia-astrologia).¹⁸ Dunque la musica

17 Viene in mente a proposito, per analogia, la famosa frase del grande filosofo e matematico francese Henry Poincaré a proposito della scienza: «La scienza si fa coi fatti, come una casa si fa con pietre: ma un cumulo di fatti è tanto poco una scienza, quanto un mucchio di pietre una casa». (Henry Poincaré, *La scienza e l'ipotesi*, trad. it. di Francesco Albergamo, Firenze, La Nuova Italia, 1950, p. 138).

18 Tale divisione spesso viene attribuita ad Anicio Manlio Torquato Severino Boezio (480-526) per il fatto che il termine "quadrivio" risulta utilizzato per la prima volta da lui. Tuttavia la distinzione medioevale delle sette arti liberali in quadrivio e trivio ha altri antesignani. Negli ultimi tempi della Repubblica e sotto l'Impero, il Trivio costituiva il ciclo di studi che gli alunni compivano nelle scuole dei grammatici e dei retori. Cicerone, prima di studiare filosofia e diritto civile, aveva imparato la grammatica e la dialettica. Sotto l'Impero, per testimonianza di Seneca e di Quintiliano, si faceva precedere lo studio della retorica e della filosofia dallo studio della letteratura, e poi si studiava la grammatica, la geometria (di cui l'aritmetica era una parte) e la musica. Questi studi sono denominati già da Seneca *artes liberales*. Arti liberali erano considerate quelle discipline che corrispondevano alla "conoscenza naturale" dell'uomo. Alcuni fanno risalire l'origine delle arti liberali alla scuola pitagorica, altri a Platone, Aristotele e Filone. Il termine "arti liberali" ha però origini ben più lontane, risalenti al retore latino Marziano Minneo Felice Capella vissuto nel IV-V sec., che nell'opera *Satyricon* o *De nuptiis Philologiae et Mercurii* (410 ca.) introdusse per primo le sette arti liberali: grammatica, retorica, dialettica, aritmetica, geometria, musica, astronomia. «Tuttavia senza l'opera di Cassiodoro [490-580 ca.] il programma pedagogico contenuto nelle sette arti liberali non sarebbe divenuto la norma del Medioevo. I suoi due libri *De institutione divinarum litterarum* e *De artibus et disciplinis liberalium litterarum* tracciano nitidamente il programma di studi che è la creazione pedagogica del Medioevo. Sulle orme di Cassiodoro, Isidoro di Siviglia già ricordato scrisse l'opera *Originum libri*

era considerata una disciplina scientifica da studiare assieme alla matematica e all'astronomia.

3 - Una infinità di armoniche...

Rudolph Steiner¹⁹ in una conferenza tenuta a Colonia il 3 dicembre 1906 così definiva la natura della musica, differenziandola nettamente da quella delle altre arti:

Tutte le arti, escludendo la musica, traggono i loro modelli dal mondo fisico; esse rivestono le loro manifestazioni prendendo esempi e modelli ispirati dal mondo esterno, fatto di colori, forme e movimento. [...]

Nella musica invece accade un'altra cosa: non potendo attingere ad alcun modello esistente nel mondo fisico che esprima l'elemento musicale, è come se il musicista stesse col suo orecchio appoggiato sul cuore della natura: egli percepisce la Volontà della natura e la riproduce in una sequenza di note musicali. [...]

Nella musica l'uomo si sente molto vicino all'essenza della natura. Il fatto che essa possa parlare a tutti, come una sorta di linguaggio universale, ed agisca sin dalla prima infanzia, significa che in essa si muove l'essere divino del cosmo, essa rappresenta la vita attiva di Dio. Il musicista, quando crea non può copiare nulla, prendendolo dalla natura fisica esteriore; (tranne il canto degli uccelli) da dove egli tragga il materiale delle sue creazioni lo si deve ricercare nella sfera della sua anima, nei mondi spirituali.

Il modello della musica sta nello spirituale; i modelli delle altre arti sono nel fisico.

Se è vero, come dice Steiner, che la musica è pura ispirazione perché «il modello della musica sta nello spirituale», è tuttavia pur vero che la musica stessa non può fare a meno del mondo fisico.

Il primo impatto della musica con l'apollineo ci porta necessa-

XX, che sebbene enumeri tutte le scienze dell'antichità, conserva e precisa la classificazione delle sette arti liberali» [da Giuseppe Saitta - Paolo D'ancona, *Arti liberali*, in *Enciclopedia Italiana*, [http://www.treccani.it/enciclopedia/arti-liberali_\(Enciclopedia-Italiana\)](http://www.treccani.it/enciclopedia/arti-liberali_(Enciclopedia-Italiana))].

¹⁹ Rudolf Joseph Lorenz Steiner (1861-1925) è stato un filosofo, pedagogo, esoterista, musicologo e artista austriaco.

riamente nella fisica e in particolare nell'acustica, che è la scienza del suono,²⁰ componente primario di qualunque forma musicale.

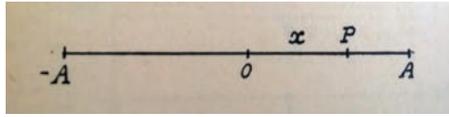
La musica, infatti, è costituita dalla contemporanea o successiva emissione di singoli suoni, detti note musicali. Se i suoni sono emessi contemporaneamente si parla di "armonia", mentre quelli emessi in successione costituiscono una "melodia".

Ma come sono fatti i suoni, di cui è costituita la musica? È possibile comprenderlo senza addentrarci troppo nei meandri della fisica e della matematica.²¹

Consideriamo un mezzo elastico (per esempio l'aria), ovvero un materiale tale che una qualunque sua particella, dopo aver subito uno spostamento in seguito a una sollecitazione esterna, una volta rimossa questa, ritorna a occupare la posizione originaria di equilibrio. Per l'azione esercitata su di essa dalle altre particelle contigue del materiale cui essa è "legata", la particella riprende la posizione di equilibrio con un moto caratteristico detto "armonico": la sua posizione oscilla attorno alla posizione di equilibrio O con una legge

20 In realtà l'acustica oggi riguarda lo studio di qualsiasi perturbazione di un mezzo elastico che si propaga per onde. La sua restrizione alle perturbazioni di questo tipo in grado di generare una sensazione (suono) percepibile dall'orecchio umano (frequenze comprese fra 16-20 Hz e 16000-20000 Hz) è soltanto storica, in quanto non ha ragion d'essere dal punto di vista fisico: i fenomeni fisici sono formalmente descrivibili nella stessa maniera anche se non generano suoni. Pertanto l'acustica, in senso generalizzato e puramente fisico, riguarda anche lo studio delle perturbazioni di un mezzo elastico con frequenze inferiori a 16-20 Hz (infrasuoni) e superiori a 16000-20000 Hz (ultrasuoni), ovvero per acustica fisica si può intendere lo studio di qualunque tipo di vibrazione meccanica in un mezzo elastico. A seconda, poi, delle particolari finalità dello studio dei fenomeni acustici, si distinguono un'acustica ambientale e architettonica (studio della propagazione del suono all'interno di un edificio e del suo isolamento acustico dall'ambiente esterno), un'acustica fisiologica (studio dei suoni dal punto di vista fisiologico delle capacità percettive dell'orecchio umano), un'acustica degli strumenti musicali (studio dei suoni emessi dagli strumenti musicali), un'acustica subacquea (studio dei suoni emessi all'interno di un mezzo fluido), un'acustica medica (metodi e strumenti basati sulla propagazione di onde elastiche all'interno del corpo umano a fini terapeutici e diagnostici), ecc... Tutti capitoli dell'acustica applicata, oggetto di studio della fisica tecnica.

21 I curiosi e volenterosi possono invece utilmente consultare i seguenti testi in ordine di difficoltà crescente: P. Caldirola, F. Olivieri Sangiacomo, A. Loinger, *Elementi di Fisica* (licei scientifici), vol. 2, Milano, Ghisetti&Corvi, 1956, pp. 7-52; Daniele Sette, *Lezioni di Fisica*, vol. 1, Roma, Veschi, 1963, pp. 53-57 e 420-569; P. Fleury, J. P. Mathieu, *Vibrazioni meccaniche. Acustica*, Bologna, Zanichelli, pp. 123-316; C. A. Coulson, *Onde. Problemi matematici della propagazione ondosa*, Città di Castello, Cremonese, 1965.



sinusoidale. In altre parole la particella si muove con un movimento di “va e vieni” lungo un segmento che ha il centro in O e la sua distanza da questo varia nel tempo (equazione oraria) con una legge espressa matematicamente tramite la funzione trigonometrica seno (figura 4).

Se si comincia a misurare sia lo spazio ($x = 0$) sia il tempo ($t = 0$) dall’istante in cui il punto materiale si trova nel centro O del segmento-traiettorie,²² l’equazione oraria è $x = A \text{ sen } \omega t$, essendo A l’ampiezza o elongazione massima del moto, ovvero la distanza massima da O. Se, invece, ferma restando la precedente scelta dell’origine degli spazi nel centro O, si comincia a misurare il tempo dall’istante in cui il punto materiale raggiunge l’elongazione massima, l’equazione oraria è $x = A \text{ cos } \omega t$.

Nel primo caso il diagramma orario, ovvero il grafico che esprime come varia lo spazio percorso dal punto materiale al variare del tempo, è una senoide, nel secondo una cosinusoide. Le due curve però sono congruenti, ovvero sono identiche salvo che essere traslate l’una rispetto all’altra di $\pi/2$ lungo l’asse delle ascisse. Per tale ragione per il moto armonico si usa in entrambi i casi il termine “sinusoidale”, quale che sia la scelta dell’istante iniziale. Il termine ωt , in quanto argomento di una funzione trigonometrica, deve avere le dimensioni di un angolo e si chiama “fase” (ω è invece la “pulsazione” che è legata alla frequenza f dalla relazione $\omega = 2 \pi f$). Se poi, ferma restando la scelta dell’origine degli spazi coincidente con il centro O del moto armonico, si comincia a contare il tempo da un istante in cui il punto materiale si trova in una posizione compresa fra O e uno dei due punti di elongazione massima A, $-A$,²³ alla fase ωt occorre aggiungere una fase iniziale φ e l’equazione oraria diventa:

$$x = A \text{ sen } (\omega t + \varphi)$$

²² È qui che comincia il fenomeno sonoro.

²³ Ciò equivale a iniziare a contare il tempo quando il fenomeno sonoro è già iniziato.

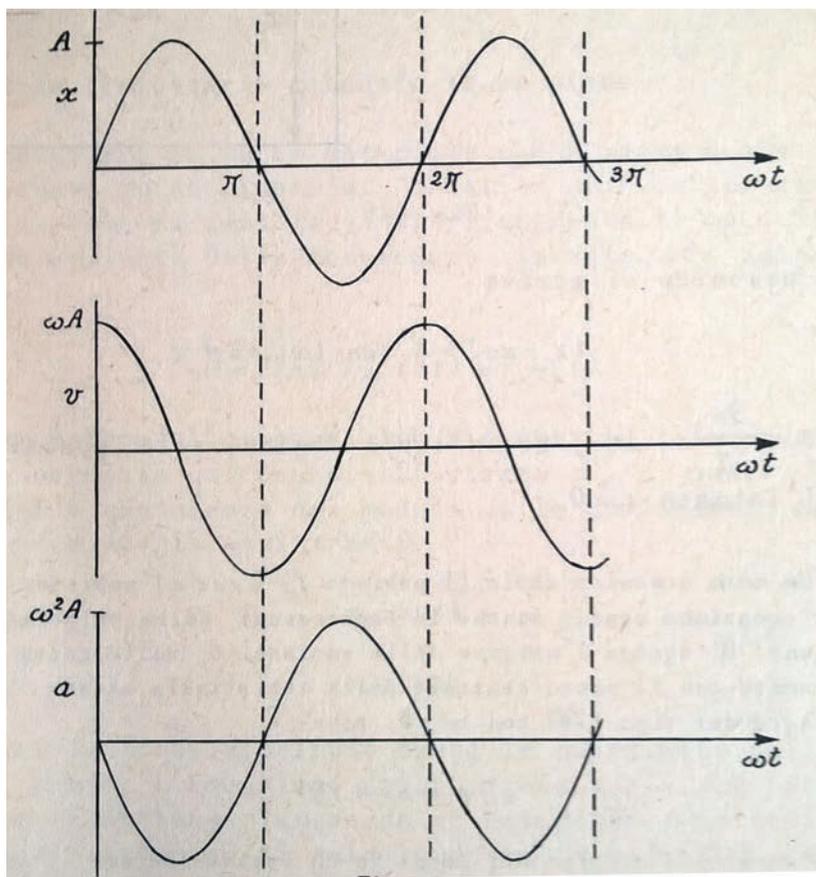


Fig. 4 - Variazioni in funzione del tempo t dello spazio x , della velocità v e dell'accelerazione a in un moto armonico. Le curve che le rappresentano sono tutte sinusoidi sfasate fra loro di $\pi/2$.

Se è $\varphi = \pi/2$ si ha $x = A \text{ sen } (\omega t + \pi/2) = A \text{ cos } \omega t$,²⁴ cioè si ottiene l'equazione oraria nel caso particolare già visto in cui il tempo viene misurato dall'istante in cui il punto materiale raggiunge l'elongazione massima A .

²⁴ Dalla trigonometria è noto che il seno di un angolo è uguale al coseno dell'angolo che differisce di $\pi/2$ (o 90°).

Se il materiale fosse puramente elastico (le forze esercitate dalle altre particelle sono soltanto di tipo elastico), la particella oscillerebbe all'infinito attorno alla sua posizione originaria di equilibrio senza mai fermarsi, perché vi sarebbe una perpetua trasformazione di energia potenziale elastica in energia cinetica e viceversa.²⁵ Man mano che la particella si allontana dal centro del moto armonico la sua energia cinetica, e quindi la sua velocità, diminuisce mentre aumenta la sua energia potenziale dovuta alle forze elastiche esercitate dalle altre particelle che tendono a riportarla verso la posizione originaria. Quando la particella raggiunge la distanza massima dal centro del moto si ferma: la sua energia cinetica diventa nulla mentre diventa massima la sua energia potenziale elastica; quindi in virtù delle forze elastiche di richiamo inverte il moto tornando indietro verso il centro. Tutto funziona in maniera analoga a una molla che si carica e scarica di continuo.²⁶ In realtà qualunque mezzo è dissipativo, ovvero esercita forze d'attrito che si oppongono al moto, determinando una perdita di energia cinetica e quindi una riduzione progressiva della velocità, che consente alla particella, dopo un opportuno tempo, di fermarsi nella sua posizione originaria. Per cui il moto armonico della particella è, in realtà, smorzato in quanto l'energia totale (cinetica + potenziale) della particella va mano a mano diminuendo facendo sì che essa, ad ogni oscillazione, raggiunga una posizione estrema sempre meno distante dal centro del moto, finendo dunque per raggiungerlo definitivamente.

25 L'energia cinetica è l'energia (capacità di compiere lavoro) che un punto materiale ha per il fatto di possedere una velocità v e una massa m : $E_c = 1/2 mv^2$. L'energia potenziale, invece, è l'energia che possiede un punto materiale per il fatto di essere soggetto a un campo di forze conservative (nel nostro caso elastiche).

26 È interessante notare che il moto armonico è anche il moto della proiezione, su un diametro di una circonferenza, di un punto che si muove lungo questa con velocità scalare costante, ovvero è la proiezione di un moto circolare uniforme su un diametro della circonferenza. Considerando le proiezioni su due diametri fra loro ortogonali (disposti come gli assi x , y di un sistema di riferimento cartesiano) si ottengono due moti armonici di medesima ampiezza, pari al raggio R della circonferenza, ma sfasati di $\pi/2$ (90°) le cui equazioni orarie sono $x = R \sin \omega t$ e $y = R \cos \omega t$. Quando il punto materiale del moto armonico lungo l'asse x raggiunge l'elongazione massima quello del moto armonico lungo l'asse y passa per il centro della sua traiettoria rettilinea (che è anche il centro della circonferenza del moto circolare da cui ha origine). Ciò avviene per $\omega t = \pi/2$, da cui $\sin \omega t = 1$ e quindi $x = R$; $\cos \omega t = 0$ e quindi $y = 0$.

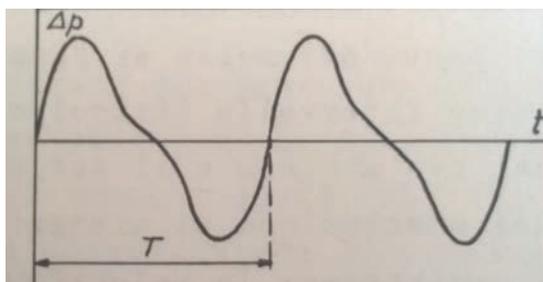


Fig. 5 - Diagramma orario di una perturbazione periodica non armonica.

I legami, di tipo elastico, della particella considerata con le particelle contigue fanno sì che anche queste subiscano spostamenti dalle loro posizioni di equilibrio con modalità identiche, salvo che avere ampiezze di oscillazione ridotte e sfasate rispetto alla prima particella interessata dalla perturbazione.²⁷ Nel caso di una corda vibrante la perturbazione si propaga lungo la corda facendo assumere alle posizioni raggiunte dalle varie particelle, in un certo istante, una caratteristica forma ondulata. Per tale motivo si dice che la perturbazione prodotta in un punto di un mezzo elastico si propaga "per onde". Per la precisione ciò accade nel caso in cui la propagazione della perturbazione avviene per onde trasversali, cioè in direzione perpendicolare alla direzione dei moti vibratorii delle particelle perturbate. In altri casi invece le due direzioni possono coincidere. In tal caso viene meno l'iconografia dell'onda ma si creano lungo la comune direzione zone di compressione e rarefazione delle particelle che si ripetono periodicamente come le posizioni delle particelle in un'onda. Per analogia con il caso precedente si dice che la perturbazione si propaga per onde longitudinali. Questo è il caso delle perturbazioni che si propagano nell'aria.

Ma cosa c'entra tutto questo con il suono? La risposta ora è immediata: le particelle perturbate, durante i loro moti armonici di oscillazione (smorzata) attorno alle rispettive posizioni di equi-

²⁷ Ciò è dovuto al fatto che il mezzo è dissipativo. Tuttavia nell'aria, dove la propagazione avviene per onde sferiche, l'ampiezza dell'oscillazione delle altre particelle si riduce anche perché l'energia di pressione si propaga, dalla prima particella perturbata, "diluendosi" su superfici sferiche sempre più grandi.

librio, determinano compressioni e rarefazioni delle particelle contigue e quindi variazioni di pressione, che si propagano anch'esse nell'aria per onde (longitudinali) fino a raggiungere la membrana dell'orecchio umano, determinando in questo quella sensazione che chiamiamo suono.²⁸

Ora siamo in grado di comprendere una cosa veramente straordinaria che è resa possibile da un felice matrimonio fra matematica e fisica.

I suoni corrispondenti alle oscillazioni sinusoidali (moti armonici) sono detti "puri" o "armoniche". In altri termini un suono puro è un'oscillazione sinusoidale di un mezzo elastico che si propaga per onde. In realtà quasi tutti i suoni non sono puri ma complessi, ovvero la posizione delle particelle perturbate varia attorno alla posizione di equilibrio ancora in maniera periodica ma non con legge sinusoidale (figura 5).

La periodicità di variazione delle grandezze fisiche interessate da una perturbazione di un mezzo elastico (spostamento dalla posizione di riposo, velocità, pressione) è la caratteristica del suono: durante il moto di oscillazione della particella perturbata attorno alla sua posizione di riposo, tutte quelle grandezze assumono gli stessi valori quando trascorre un medesimo intervallo di tempo, detto "periodo". Per "rumore", invece, si intende una perturbazione di un mezzo elastico non periodica. La musica, tradizionalmente, è costituita soltanto da suoni.²⁹

A questo punto entra in scena un famoso teorema di analisi matematica dovuto al grande matematico e fisico francese Jean



Fig. 6 - Jean Baptiste Joseph Fourier.

²⁸ La differenza $p(t) - p_0$ fra le pressioni esistenti in un dato punto e istante t rispettivamente in presenza e assenza del fenomeno sonoro è detta pressione acustica o sonora. Essa è molto piccola: per suoni di media intensità è dell'ordine di grandezza del milionesimo della pressione statica p_0 , per cui si può affermare che il suono è un fenomeno dovuto a piccole perturbazioni della pressione del mezzo elastico in cui si produce e propaga.

²⁹ Attualmente, però, questa limitazione da taluni musicisti viene rimossa e si sono prodotti brani "musicali" costituiti da suoni e rumori.

Baptiste Joseph Fourier (1768-1830), che riguarda non il suono in quanto tale bensì una qualunque funzione periodica e pertanto risulta applicabile anche al moto vibratorio che origina il suono che, abbiamo visto, è sempre periodico. Espresso a parole, tale teorema afferma che una qualsiasi funzione continua a un solo valore e periodica può essere espressa sempre tramite una somma di infiniti termini armonici, cioè sinusoidali, di frequenze multiple della funzione

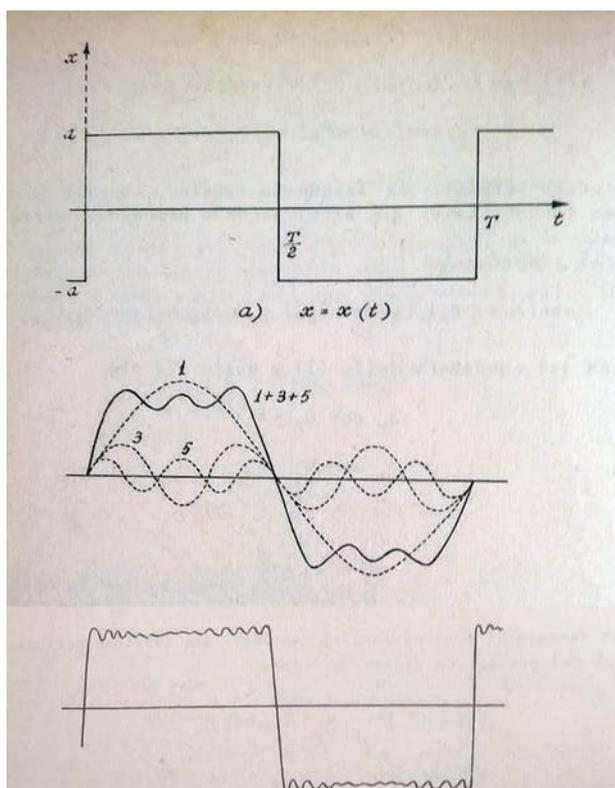


Fig. 7 - Il primo grafico mostra un particolare suono complesso: una oscillazione periodica non sinusoidale a gradino. Il secondo grafico mostra la prima, la terza e la quinta armonica di tale suono e la loro somma. Il terzo grafico è il risultato della somma delle prime 15 armoniche del suono complesso considerato, mostrando chiaramente che, al crescere del numero delle armoniche prese in considerazione nella somma, aumenta anche l'approssimazione al suono complesso.

data. Se f è la frequenza dell'oscillazione complessa, le frequenze delle oscillazioni armoniche componenti saranno $1f, 2f, 3f, 4f, 5f, \dots$ all'infinito e si parlerà corrispondentemente di prima, seconda, terza, quarta, quinta armonica, ecc.³⁰

Dunque, un suono complesso è composto di "mattoni elementari" non ulteriormente scomponibili: le armoniche (si sottintende "oscillazioni") o "armonici" (si sottintende "suoni"). In pratica, tuttavia, un suono complesso può essere considerato formato soltanto da un numero finito di armonici, sia per il fatto che gli armonici di frequenza superiore a 16000-20000 Hz non sono percepibili dall'orecchio umano sia per il fatto che in molti casi soltanto alcuni armonici hanno ampiezza e quindi intensità acustica apprezzabile³¹ (figura 7).

I suoni emessi dagli strumenti musicali sono sempre complessi. Per ottenere un suono puro occorre utilizzare uno strumento particolare: il diapason.

In definitiva siamo giunti a una conclusione veramente straordinaria: l'insieme dei suoni che compongono qualunque brano musicale non è altro che un insieme di oscillazioni sinusoidali (armoniche) del mezzo elastico, che differiscono fra loro soltanto per uno o più dei tre parametri caratteristici del moto armonico: ampiezza, frequenza e angolo di fase. La diversità dell'ampiezza viene percepita dall'orecchio umano come diversità di intensità del suono, la diversità della frequenza come maggiore o minore acutezza del suono e infine la diversità di fase come localizzazione del suono, ovvero come tridimensionalità o stereofonia del suono.³² Se potessimo "vedere" i mattoni elementari del suono, un pezzo musicale ci apparirebbe come una elegante danza di particelle materiali che oscillano tutte secondo una medesima semplice legge matematica: quella della funzione trigonometrica seno (o coseno).

30 La prima armonica è detta anche fondamentale, perché la sua frequenza coincide con quella del suono complesso.

31 L'intensità acustica dipende dall'ampiezza dell'oscillazione della particella.

32 A questi caratteri distintivi del suono va aggiunto il timbro per il quale possono essere percepiti come diversi due suoni complessi della stessa altezza o frequenza. La differenza è dovuta al diverso numero e alle differenti intensità delle armoniche che "in pratica" in numero finito compongono i due suoni.

A questo punto dobbiamo dire qualcosa sulle scale musicali e precisare alcuni termini di uso comune in acustica. Si definisce "intervallo" il rapporto³³ fra le frequenze di due suoni. Si chiama "ottava" sia il rapporto 2:1 fra le frequenze di due suoni sia la successione degli otto suoni (note)³⁴ le cui frequenze stanno in rapporti compresi fra 1 e 2. Il nome "ottava" è infatti dovuto al fatto che le note di tale intervallo sono otto compresa la nota estrema che inizia l'ottava successiva.

Un singolo suono non risulta all'orecchio umano né gradevole né sgradevole: è l'esecuzione contemporanea di due o più suoni (accordo) che dà luogo a consonanze se produce sensazioni gradevoli o a dissonanze nel caso contrario.

Per scala musicale si intende una successione di note le cui frequenze stanno in rapporti ben definiti rispetto alla frequenza della prima nota, detta "tonica".

La scala maggiore (o scala diatonica di Zarlino) è costituita da note di frequenze:

f	$9/8 f$	$5/4 f$	$4/3 f$	$3/2 f$	$5/3 f$	$15/8 f$	$2f$
-----	---------	---------	---------	---------	---------	----------	------

alle quali sono stati dati i nomi:³⁵

33 E non la differenza, come verrebbe spontaneo pensare!

34 Le note sono i simboli con i quali si designano sul pentagramma i suoni di una scala musicale, ma non sono, a rigore, i suoni stessi. Analoga osservazione vale per i nomi delle note. Tuttavia, nell'uso comune, identifichiamo sempre il nome e il simbolo di un oggetto con l'oggetto stesso (tutta la nostra conoscenza si sviluppa su sostituzioni dell'oggetto con la sua rappresentazione). Ciò accade anche per i numeri: 4 non è il numero "quattro" ma è il simbolo (cifra) con cui lo si designa, e il nome "quattro" (detto "numerale") non è un numero ma il nome che associamo a quel numero che chiamiamo "quattro".

35 I nomi delle note sono stati proposti da Guido d'Arezzo (991-1033) prendendo le prime due sillabe degli emistichi successivi di un inno di Paolo Diacono (720-799) tratto dalla liturgia dei vesperi recitati nel giorno della festa di San Giovanni Battista, inizialmente patrono dei musicisti: «*Ut queant laxis/ Resonare fibris/Mira gestorum/Famuli tuorum/Solve polluti/Labii reatum,/Sancte Iohannes*». La prima nota era Ut poi trasformata in Do nel XVII secolo, perché Ut si riteneva di pronuncia scomoda. La settima nota Si non segue la regola delle altre perché risulta dalle iniziali delle due parole dell'ultimo emistico ed è stata introdotta nel XVI secolo.

do	re	mi	fa	sol	la	si	do ₂
----	----	----	----	-----	----	----	-----------------

La nota do₂ ha frequenza doppia di quella della nota do e inizia la seconda ottava:

do ₂	re ₂	mi ₂	fa ₂	sol ₂	la ₂	si ₂	do ₃
-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	------------------	-----------------	-----------------	-----------------

e così via.

Poiché la scala così definita stabilisce soltanto i rapporti fra le frequenze delle note ma non i loro valori, non si sa a quali suoni in realtà corrispondono le note. Per definire quindi la scala, dal punto di vista fisico, si deve specificare il valore della frequenza f della tonica. Per convenzione internazionale (Sevres, 1859) si è presa come frequenza fondamentale di riferimento (corista) la frequenza di 435 Hz, poi modificata in 440 Hz, corrispondente alla nota la₃ della terza ottava. Con tali assunzioni la nota do₀ ha una frequenza di 32,7 Hz dalla quale è possibile ricavare le frequenze delle note delle altre ottave. L'ottava del do₀ è preceduta da una sola ottava, quella del do₋₁, in quanto tale nota ha una frequenza di 16,35 Hz che è la metà di quella del do₀ ed è al limite inferiore di udibilità del suono da parte dell'orecchio umano. Poiché il limite superiore è circa 16700 Hz, si comprende facilmente che il numero massimo di ottave della musica è 10: dal do₋₁ al do₉.

In realtà la musica è generalmente costituita da note comprese nell'intervallo di frequenze 30-4500 Hz, ma risulta sempre valido anche per tali suoni l'apporto delle armoniche di frequenza maggiore di 4500 Hz nella determinazione del timbro.

Da queste brevi note si comprende già fin dall'inizio quanta razionalità e scienza sia alla base della musica, per il semplice fatto di essere costituita da suoni.

4 - Pitagora e la musica

Da Giamblico apprendiamo che Pitagora, ascoltando i suoni emessi dall'incudine di un fabbro, abbia avuto l'intuizione che esistessero rapporti numerici precisi fra i pesi dei martelli che generavano le diverse note. Pitagora avrebbe quindi eseguito degli esperimenti su corde vibranti fatte con nervi di bue, arrivando a scoprire alcuni aspetti della relazione che, a parità di materiale, lega la frequenza f della vibrazione alla lunghezza L della corda e alla tensione T ad essa applicata. Mentre sono risultati esatti i rapporti numerici di Pitagora fra le lunghezze delle corde corrispondenti alle diverse note, non altrettanto esatti sono i rapporti fra i pesi ovvero fra le tensioni applicate ad esse. Per Pitagora, infatti, le frequenze dei suoni sarebbero proporzionali ai pesi, mentre in realtà sono proporzionali alle radici quadrate dei pesi.

A noi basta la notizia che già nel VI sec. a. C., da parte di Pitagora o qualcun altro per lui, c'è stato un primo tentativo, in parte riuscito, di comprendere l'esistenza di rapporti numerici fra certe grandezze geometriche e fisiche che caratterizzano le diverse note musicali. È inutile dilungarsi sui particolari di questo errore,³⁶ che fu posto in evidenza nel 1589 da Vincenzo Galilei, padre di Galileo, nella sua opera *Discorso intorno alle opere di Messer Zarlino da Chioggia*, dove però giunse a una errata relazione fra la frequenza del suono e l'area della sezione della corda. Tale errore, dovuto a un falso ragionamento e alla noncuranza di "interpellare" la Natura, non poteva essere riparato che dal padre del metodo sperimentale, il figlio Galileo, che finalmente nel 1638, nei *Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze*, enunciò la relazione corretta che lega la frequenza fondamentale del suono emesso da una corda alle caratteristiche fisico-geometriche della corda, che noi oggi esprimiamo sinteticamente con la formula:

$$f_r = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{T}{\rho_l}} = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{T}{\rho A}}$$

36 Cfr. Piergiorgio Odifreddi, *Penna, pennello e bacchetta. Le tre invidie del matematico*, Bari, Economica Laterza, 2006, pp. 132, 158, 159.

essendo ρ_l la densità lineare della corda (rapporto fra la sua massa e lunghezza): $\rho_l = \rho AL / L = \rho A$ (A: area sezione della corda, ρ : densità volumetrica). Galileo non utilizzava le formule nei suoi scritti, ma le parole, ed è per bocca di Sagredo che enuncia la relazione che lega la frequenza del suono alle caratteristiche fisiche della corda:

Sagr. A me ancora è intervenuto l'istesso più d'una volta con mio diletto ed anco utile: imperò che stetti lungo tempo perplesso intorno a queste forme delle consonanze, non mi parendo che la ragione che comunemente se n'adduce da gli autori che sin qui hanno scritto dottamente della musica, fusse concludente a bastanza. Dicono essi, la diapason, cioè l'ottava, esser contenuta dalla dupla, la diapente, che noi diciamo la quinta, dalla sesquialtera, etc.; perché, distesa sopra il monocordo una corda, sonandola tutta e poi sonandone la metà, col mettere un ponticello in mezzo, si sente l'ottava, e se il ponticello si metterà al terzo di tutta la corda, toccando l'intera e poi li due terzi, ci rende la quinta; per lo che l'ottava dicono esser contenuta tra 'l due e l'uno, e la quinta tra il tre e 'l dua. Questa ragione, dico, non mi pareva concludente per poter assegnar iuridicamente la dupla e la sesquialtera per forme naturali della diapason e della diapente: e 'l mio motivo era tale.

Tre sono le maniere con le quali noi possiamo inacutire il tuono a una corda: l'una è lo scorciarla; l'altra, il tenderla più, o vogliam dir tirarla; il terzo è l'assottigliarla. Ritenendo la medesima tiratezza e grossezza della corda, se vorremo sentir l'ottava, bisogna scorciarla la metà, cioè toccarla tutta, e poi mezza: ma se, ritenendo la medesima lunghezza e grossezza, vorremo farla montare all'ottava col tirarla più, non basta tirarla il doppio più, ma ci bisogna il quadruplo, sì che se prima era tirata dal peso d'una libbra, converrà attaccarvene quattro per inacutirla all'ottava: e finalmente se, stante la medesima lunghezza e tiratezza, vorremo una corda che, per esser più sottile, renda l'ottava, sarà necessario che ritenga solo la quarta parte della grossezza dell'altra più grave. E questo che dico dell'ottava, cioè che la sua forma presa dalla tensione o dalla grossezza della corda è in duplicata proporzione di quella che si ha dalla lunghezza, intendasi di tutti gli altri intervalli musici: imperò che quello che ci dà la lunghezza con la proporzion sesquialtera, cioè col sonarla tutta e poi li due terzi, volendolo cavar dalla tiratezza o dalla sottigliezza, bisogna duplicar la proporzione sesquialtera, pigliando la dupla sesquiquarta, e se la corda grave era tesa da quattro libbre di peso, attaccarne all'acuta non sei, ma nove, e quanto alla grossezza, far la corda grave più grossa dell'acuta secondo la proporzione di nove a quattro, per aver la quinta. Stante queste verissime esperienze, non mi pareva scorger

ragione alcuna per la quale avesser i sagaci filosofi a stabilir, la forma dell'ottava esser più la dupla che la quadrupla, e della quinta più la sesquialtera che la dupla sesquiquarta. Ma perché il numerar le vibrazioni d'una corda, che nel render la voce le fa frequentissime, è del tutto impossibile, sarei restato sempre ambiguo se vero fusse che la corda dell'ottava, più acuta, facesse nel medesimo tempo doppio numero di vibrazioni di quelle della più grave, se le onde permanenti per quanto tempo ci piace, nel far sonare e vibrare il bicchiere, non m'avessero sensatamente mostrato come nell'istesso momento che alcuna volta si sente il tuono saltare all'ottava, si veggono nascere altre onde più minute, le quali con infinita pulitezza tagliano in mezzo ciascuna di quelle prime.³⁷

Se si confrontano le parole di Galileo con la formula sopra riportata, si comprendono e apprezzano in pieno l'utilità e il valore semantico delle formule. Dalla formula, per esempio, risulta immediatamente che, a parità di materiale - ovvero di densità volumetrica - la frequenza del suono è inversamente proporzionale alla lunghezza della corda, direttamente proporzionale alla radice quadrata della tensione applicata e inversamente proporzionale alla radice quadrata dell'area della sezione della corda, corrispondendo ciò, per dirla con Galileo, alle tre «maniere con le quali noi possiamo inacutire il tuono a una corda: l'una è lo scorciarla; l'altra, il tenderla più, o vogliam dir tirarla; il terzo è l'assottigliarla».

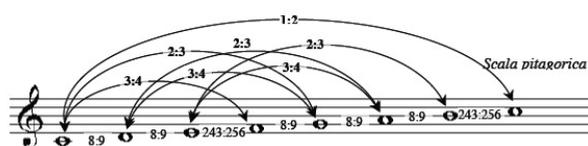


Fig. 8 - La scala diatonica pitagorica.

Ovviamente, parlando di presunti “esperimenti” fatti da Pitagora ci si esprime in termini molto generosi: il grande filosofo e matematico greco non aveva allora gli strumenti per misurare la frequenza dei suoni emessi dalla corda. Quello che poteva avvertire erano

³⁷ Galileo Galilei, *Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze*, Giornata Prima, 1638.

soltanto la gradevolezza e “consonanza” dei suoni, ovvero il fatto che due suoni venissero percepiti come identici ma più o meno “acuti”.³⁸ La storia narrata da Giamblico ha più l’aria di una leggenda che di verità storica. Sembra più verosimile, invece, che Pitagora abbia compiuto degli esperimenti su uno strumento costituito da una sola corda lungo la quale poteva scorrere un ponticello che aveva la funzione di variare la lunghezza della parte vibrante della corda: il monocordo. Tali esperimenti gli fecero concludere, utilizzando termini moderni, che detta “fondamentale” la frequenza della corda intera liberamente vibrante, e considerato il suono da essa emesso (in termini moderni la nota musicale “ Do_1 ”), la stessa corda dimezzata (spostando il ponticello) emette un suono di frequenza doppia (in termini moderni la nota “ Do_2 ” della seconda ottava) da lui giudicato “consonante” con il primo, mentre risultavano a lui gradevoli i suoni emessi dalla stessa corda ridotta ai suoi $3/4$ e ai suoi $2/3$, che sono rispettivamente un “*Fa*” (quarta nota dell’ottava) e un “*Sol*” (quinta nota dell’ottava). È rimarchevole il fatto che con queste quattro note (Do_1 , *Fa*, *Sol*, Do_2),³⁹ scoperte da Pitagora, si è potuto realizzare lo strumento a corda più diffuso e rappresentativo dell’antichità: la lira. Inoltre, i numeri 1, 2, 3, 4 che figurano nei rapporti delle lunghezze della corde che emettono tali note, avevano per i pitagorici un significato particolare: la loro somma, 10, era il loro numero magico,

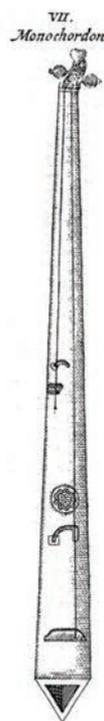


Fig. 9 - Monocordo.

38 La consonanza di più suoni, secondo gli studi attuali, è dovuta a vari fattori: presenza di armonici comuni, suoni differenziali e battimenti prodotti dai suoni giudicati consonanti. Per approfondimenti su tali grandezze si rimanda a testi specifici di acustica. Il primo a fornire una spiegazione fisica della consonanza dei suoni è stato Jean-Baptiste Le Rond d’Alembert che la attribuì alla presenza di armonici comuni nei suoni.

39 Che costituiscono la scala diatonica pitagorica.

e gli stessi numeri figuravano come cerchietti disposti a piramide nella *tetractys*, il simbolo sacro sul quale giuravano i nuovi adepti.

Come riferisce Severino Boezio,⁴⁰ Pitagora distingueva tre tipi di musica: *strumentale* (suonata dagli strumenti), *umana* (suonata dall'organismo umano), *mondana* (ovvero la musica suonata dalle sfere celesti). L'effetto emotivo prodotto dalla musica sull'uomo aveva per Pitagora una spiegazione che oggi potremmo definire "scientifica": la risonanza fra i tre tipi di musica.

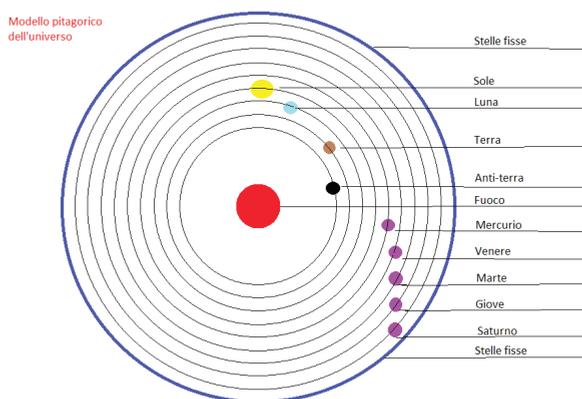


Fig. 10- Le sfere celesti secondo Pitagora.

Questo legame della musica con Pitagora viene oggi rivendicato dai musicisti contemporanei della dodecafonia, creata da Arnold Schönberg nel 1923, come esplicitamente dichiarato da Iannis Xenakis, ingegnere e compositore: «Siamo tutti pitagorici».⁴¹ Anche Schönberg, come Pitagora, ha elargito i suoi insegnamenti in forma esoterica a un ristretto numero di iniziati.

Ai legami fra musica e matematica si potrebbe dedicare un intero libro⁴² se si esaminassero in dettaglio i concetti di metro, ritmo,

40 Nella sua opera *De institutione musica* fa riferimento alla teoria musicale pitagorica desunta dagli scritti di Tolomeo.

41 Bálint András Varga, *Conversations with Iannis Xenakis*, Faber and Faber, 1996.

42 Per una panoramica a livello divulgativo cfr. il capitolo "L'invidia della bacchetta" del libro di Piergiorgio Odifreddi: *Penna, pennello e bacchetta. Le tre invidie del matematico*, Bari,

battimento e i vari tipi di scale musicali. Mi limito, qui, soltanto a qualche cenno che possa stimolare nel lettore la curiosità di approfondire l'argomento.

5 - *L'Armonia delle Sfere: la sinfonia del cosmo*

Le concezioni astronomiche della scuola pitagorica sono considerate opera soprattutto di due pitagorici: Filolao di Crotone e Iceta di Siracusa.⁴³ Essi ritenevano che l'universo fosse formato da dieci sfere concentriche rotanti da ovest a est attorno al comune centro costituito dal Fuoco Centrale, denominato *Hestia*. I "pianeti" allora conosciuti erano sette, ciascuno incastonato in una sfera, così disposti in ordine crescente di distanza da *Hestia*: Terra, Luna, Marte, Venere, Mercurio, Giove, Saturno. Completavano l'universo pitagorico l'Antiterra, il Sole e le stelle fisse, disposti su altre tre sfere. Al di là della sfera delle stelle fisse, la più distante da *Hestia*, si trovava un altro fuoco periferico diffuso in una regione ignea: l'Empireo. Le stelle non erano altro che ciò che si vedeva di tale fuoco attraverso i fori della sfera delle stelle fisse. L'Antiterra non era visibile perché, secondo Filolao, era sempre in opposizione alla Terra rispetto a *Hestia*, che quindi ne impediva la vista volgendo la Terra, nel suo moto proprio di rotazione, sempre la stesso emisfero al Fuoco Centrale. L'esistenza

Economica Laterza, 2006. Per testi specifici: Gerard Assayag, Hans Georg Feichtinger, José Francisco Rodriguez (a cura di), *Mathematics and music. A Diderot mathematical forum*, Springer, 2002; Dave Benson, *Mathematics and music*, Cambridge University Press, 2006; Timothy Johnson, *Foundations of diatonic theory: a mathematically based approach to music fundamentals*, Key College Publishing, 2003; David Lewin, *Generalized music intervals and transformation*, Yale University Press, 1993; David Lewin, *Music form and transformation*, Yale University Press, 1993; John Link, *The mathematics of music*, Gateway Press, 1977; Mark Lindley, Ronald Turner-Smith, *Mathematical models of musical scales*, Verlag für Systematische Musikwissenschaft, 1993; Guerino Mazzola, *Geometrie der Töne. Elemente der mathematischen Musiktheorie*, Birkhäuser, 1990; Edward Rothstein, *Emblems of minds: the inner life of music and mathematics*, Random House, 1995.

⁴³ È noto a tutti che Pitagora era considerato dai suoi discepoli un semidio e come tale fu poi venerato dai posteri. Il carattere settario della Scuola pitagorica portava ad attribuire ogni scoperta al Maestro. Per cui è difficile sapere quali siano stati realmente i contributi di Pitagora e quali invece quelli dei suoi seguaci.

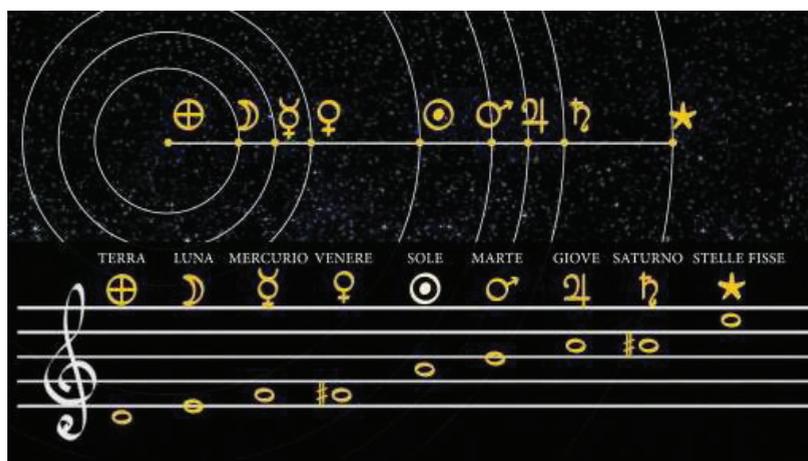


Fig. 11- L'Armonia delle Sfere Celesti secondo i pitagorici.

dell'Antiterra probabilmente era postulata da Filolao per spiegare le eclissi e ottemperava pure, come sostiene Aristotele,⁴⁴ all'esigenza di far arrivare a dieci il numero delle sfere celesti, essendo tale numero sacro per i pitagorici, geometricamente rappresentato da dieci circoli disposti nel triangolo equilatero avente per lato 4 circoli, il *tetractys*, sul quale giuravano gli adepti della scuola pitagorica e che rappresentava l'armonia universale.

I pitagorici furono i primi a riconoscere la sfericità della Terra al pari di quella degli altri pianeti e Filolao fu il primo a togliere la Terra dal centro dell'universo, considerandola un pianeta rotante, come tutti gli altri, attorno al Fuoco Centrale e a riconoscere il suo moto di rotazione attorno al proprio asse.

Le dottrine pitagoriche furono espone da Filolao in tre volumi intitolati *Le Baccanti*, opera che non trattava il culto di Bacco, come verrebbe da pensare dal titolo, bensì gli astri che danzano armoniosamente nel cosmo, poeticamente identificati come baccanti. Pitagora pensava che il mondo avesse avuto origine dal *Chaos* primordiale grazie all'ordine imposto dal numero, attraverso taluni rapporti numerici. La parola stessa *kòsmos* tradisce il significato di ordine, de-

⁴⁴ *Commento alla Metafisica di Aristotele e testo integrale di Aristotele* di Tommaso d'Aquino, (trad. di Lorenzo Perotto), Edizioni Studio Domenicano, 2004 p.797.

signando, presso gli antichi greci, l'esercito schierato ordinatamente per la battaglia.⁴⁵ Gli stessi rapporti numerici osservati da Pitagora per le lunghezze della corda del monocordo in relazione alle diverse note musicali dovevano quindi anche regolare l'ordine del cosmo creando una armonia delle sfere: tutte le dieci sfere celesti, per l'attrito dovuto ai loro moti, emettono un suono continuo, impercettibile dall'orecchio umano perché abituato fin dalla nascita a sentirlo in modo continuo. Tali suoni avrebbero un'altezza proporzionale alla velocità dell'astro, la quale a sua volta crescerebbe in maniera direttamente proporzionale alla sua distanza da *Hestia*.

Così come gli intervalli musicali scoperti da Pitagora - l'ottava, la quinta e la terza - si potevano ottenere facendo vibrare corde le cui lunghezze erano frazioni proprie della lunghezza che emette la nota fondamentale, lo stesso si poteva dire, secondo Pitagora, per il cosmo, considerato come un sistema armonico, nel quale i sette pianeti conosciuti potevano essere messi in corrispondenza con le sette note naturali. Inoltre i rapporti tra le frequenze dei suoni sarebbero sempre tali da formare accordi musicali consonanti, costituenti una vera e propria "sinfonia celeste". Secondo Giamblico, Pitagora era in grado di udire questa musica in uno stato di estasi. Porfirio nella *Vita di Pitagora* afferma che «Pitagora udiva l'armonia dell'universo, cioè percepiva l'universale armonia delle sfere e degli astri muovendosi con quelle; la quale noi non udiamo, per la limitatezza della nostra natura».

Le teorie pitagoriche sull'armonia del cosmo domineranno nel campo cosmologico per molto tempo, grazie anche alla loro condivisione, in forme più o meno fedeli all'originale, da parte di uomini illustri, come Platone, Cicerone, Dante Alighieri e William Shakespeare. La concezione dell'universo come insieme di sfere concentriche rotanti sarà abbandonata soltanto con l'affermazione del sistema copernicano perfezionato da Keplero.

45 Sesto Empirico, *Adversus Mathematicos*, IX 26.

6 - Musicisti “matematici”

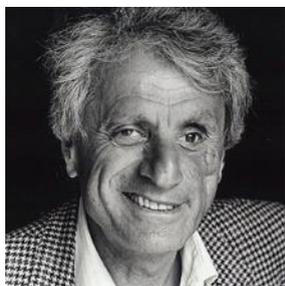


Fig. 12 - Iannis Xenakis.

Non è difficile trovare musicisti con solide competenze matematiche e viceversa matematici e scienziati con solide competenze musicali.

Cominciamo dai primi. Il compositore e violinista Giuseppe Tartini (1692-1770), ben noto come autore della celebre sonata per violino *Il trillo del diavolo*, scrisse nel 1754 un'opera di contenuto molto matematico, il *Trattato di musica secondo la vera scienza dell'armonia*.

Ai nostri giorni il già ricordato ingegnere-musicista Iannis Xenakis, nel 1971, scrisse l'opera *Musica formalizzata*.

Il celebre direttore d'orchestra Pierre Boulez e il compositore minimalista Philip Glass hanno entrambi seguito studi universitari di matematica.

Johann Sebastian Bach (1685-1750), se si fosse dedicato allo studio della matematica, sarebbe divenuto molto probabilmente un grande matematico. La sua naturale propensione per la matematica è ampiamente dimostrata dalla struttura delle sue opere. La sua predilezione per la simmetria è evidente nei cosiddetti “canoni”⁴⁶ che compose sia come “canoni perpetui”, testi circolari che possono essere suonati all'infinito tornando al punto di partenza, sia come “canoni a spirale” nei quali il brano viene ripetuto ad altezze diverse dando l'illusione di una scala ascendente infinita, con un effetto simile a quello visivo delle spirali a strisce bianche e



Fig. 13 - Johann Sebastian Bach.

46 Cfr. Giuseppe Gerbino, *Canoni ed enigmi. Pier Francesco Valentini e l'artificio canonico nella prima metà del Seicento*, Roma, Torre d'Orfeo, 1995; Giancarlo Bizzi, *Specchi invisibili dei suoni. La costruzione dei canoni*, Bologna, Edizioni Kappa, 1982.

rosse che un tempo si mettevano fuori dei negozi dei barbieri.⁴⁷ Un bell'esempio si trova nell'*Offerta musicale* di Bach.

Nel 1738 un suo allievo, Lorenz Christoph Mizler, fonda a Lipsia la "Società per le Scienze Musicali", con un preciso programma: mostrare i legami fra matematica e musica con lo slogan «la musica è il suono della matematica» e scrive il primo esempio di composizione automatica. Fecero parte di questa Società Bach stesso e compositori del calibro di Georg Philip Telemann e Georg Friedrich Handel.

Altri grandi musicisti che hanno applicato nella loro musica concetti matematici sono Mozart, Haydn, Beethoven e, più recentemente, Hindemith, dei quali si parlerà più avanti.

7 - Scienziati "musicisti"

Fra gli scienziati, numerosi sono quelli che hanno avuto una vera passione per la musica, divenendo anche abili esecutori.

Leonardo da Vinci (1452-1519), scienziato e artista, suonava la lira e con il suo genio inventivo non mancò di creare qualcosa di nuovo anche nel campo musicale. A lui, infatti, si deve l'ideazione della viola organista, considerata l'antesignana dello strumento tardo-rinascimentale detto *Geigenwerk* realizzato nel 1575 dal tedesco Hans Haiden e l'antesignana di vari strumenti dei secoli successivi, detti *Bogenklavier*, *Gambenklavier* o più genericamente *Streichklavier*. La viola organista fu descritta da Leonardo in quattro disegni del Codice Atlantico (folio 218 recto-c, 1488-1489) e in quattro disegni del Manoscritto H della Biblioteca dell'*Institut de France* (ff. 28 verso, 28 recto, 45 verso e 46 recto, 1493-94).⁴⁸

La viola di Leonardo ha una corda per ciascuna nota. Al di sotto delle corde si trovano due o più ruote che girano su alberi paralleli, mossi da un manovellismo a cinghia. I tasti, disposti come nel clavicembalo, portano le corde corrispondenti a contatto con la ruota sottostante oppure, in altre versioni di Leonardo, con la cinghia di

47 Cfr. Loris Azzaroni, *Canone infinito*, Bologna, Clueb, 1997.

48 E. Winternitz, *Strange Musical Instruments in the Madrid Notebooks of Leonardo da Vinci*, pp. 125-126.

trasmissione. Quindi possono essere suonate più note contemporaneamente, come nell'organo a canne, poiché le corde vibrano per frizione. Inoltre, l'effetto sonoro emesso sembra come dovuto a più strumenti ad arco che suonano contemporaneamente, che all'epoca di Leonardo erano detti genericamente "viole". Per tali motivi allo strumento musicale di Leonardo è stato assegnato il nome "viola organista".

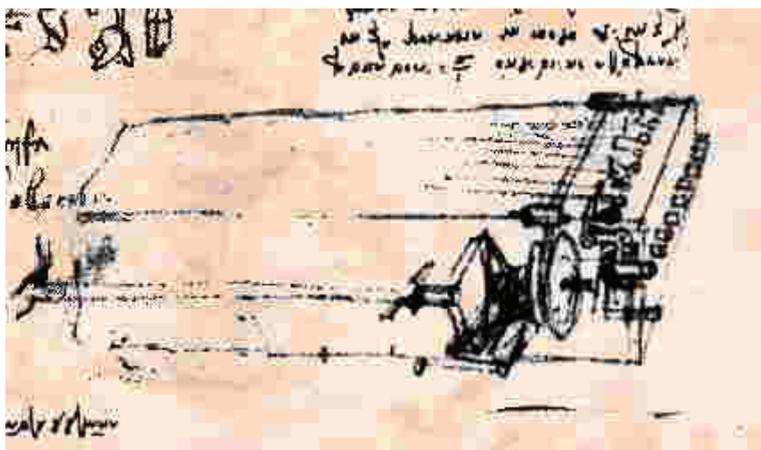


Fig. 14 - Leonardo da Vinci, *Viola organista*.

Spesso si attribuisce a Leonardo la definizione della musica come arte di dar forma all'invisibile, con citazioni, in realtà inesistenti, che sarebbero tratte dal suo *Trattato della pittura* (Codice Vaticano Urbinate 1720). Ma Leonardo si dilunga soltanto, con dovizia di ragionamenti, a dimostrare «come la musica si dee chiamare sorella e minore della pittura»⁴⁹ accennando semplicemente al fatto che «il poeta resta, in quanto alla figurazione delle cose corporee, molto indietro al pittore, e delle cose invisibili rimane indietro al musico».⁵⁰ Soltanto da quest'ultima frase si è desunta, con una certa arbitrarietà, la definizione leonardesca della musica come arte di dar forma all'invisibile.

49 Leonardo da Vinci, *Trattato della pittura*, paragrafo 25: *Come la musica si dee chiamare sorella e minore della pittura*.

50 Leonardo da Vinci, *Op. cit.*, paragrafo 28: *Conclusione del poeta, del pittore e del musico*.

Galileo Galilei (1564-1642) suonava il liuto tanto abilmente da partecipare con successo a esibizioni pubbliche. Il padre Vincenzo Galilei, già citato, era un noto musicista che ha dato contributi allo sviluppo della composizione musicale.

Johannes Kepler (1571-1630) è un personaggio unico nella storia della scienza, perché rappresenta lo scienziato che più di ogni altro ha fatto convivere nella sua opera scientifica il dionisiaco con l'apollineo. Keplero, che completò e diede forma definitiva e corretta al sistema



Fig. 15 - Johannes Kepler.

copernicano con le sue famose tre leggi sulle orbite planetarie, ponendo fra l'altro il Sole al centro dell'universo,⁵¹ era paradossalmente intriso di misticismo ed esoterismo.⁵² Le sue stesse opere scientifiche che contengono tali leggi - *Mysterium Cosmographicum* (1596), *Harmonice Mundi libri quinque* (1619) - per tali ragioni, furono scritte in una forma che urtava l'amore per la chiarezza, semplicità e armonia letteraria di Galilei, che giudicava «fanciullesze» tutte le osservazioni mistiche⁵³ di Keplero che mescolava con risultati scientifici. Lo stesso Newton trovò difficoltà a "decifrare" in maniera chiara le leggi di Keplero dai suoi scritti.

Le prime due leggi sulle orbite planetarie, già abbozzate nel *Mysterium*, furono formulate da Keplero in forma definitiva nell'opera *Astronomia nova* del 1609. La prima legge afferma che le orbite dei pianeti attorno al Sole sono ellissi di cui il Sole occupa uno dei fuochi, mentre la seconda legge stabilisce che è costante la velocità areolare di ciascun pianeta lungo la sua orbita ellittica, ovvero il raggio vet-

51 Per Copernico il centro dell'universo (che all'epoca si limitava al sistema solare) era il centro dell'orbita terrestre e non il Sole. Per cui è più corretto chiamare il suo sistema eliostatico piuttosto che eliocentrico. Diventerà anche eliocentrico proprio con Keplero.

52 Keplero preconizzò molti importanti eventi e scrisse anche oroscopi.

53 Cfr. Paolo Rossi (a cura di), *Storia della Scienza*, vol. 1, Cles (TN), Gruppo Editoriale l'Espresso, 2006, p.186 e ssg.; Gerald Holton, *Le responsabilità della scienza*, Bari, Laterza, 1993, p. 172.

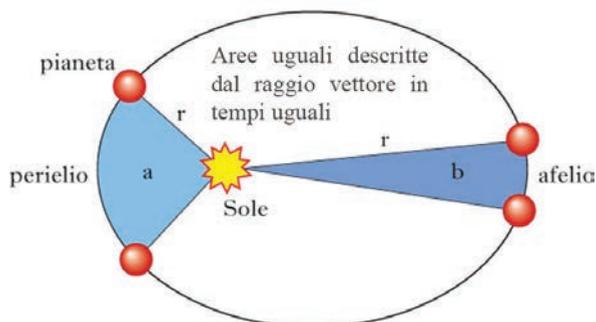


Fig. 16 - A illustrazione della seconda legge di Keplero.

tore cha va dal Sole al pianeta ricopre aree uguali in tempi uguali. Una conseguenza immediata di tale legge è che la velocità di ciascun pianeta, lungo la sua orbita, varia continuamente raggiungendo il massimo al perielio (punto dell'orbita planetaria più vicino al Sole) e il minimo all'afelio (punto dell'orbita planetaria più lontano dal Sole) poiché in tempi uguali il pianeta descrive un arco di ellisse più lungo al perielio che all'afelio (figura 16).⁵⁴

Keplero seguì la teoria pitagorica dell'armonia delle sfere celesti ma con alcune modifiche: *in primis* la sostituzione del Fuoco Centrale con il Sole. Inoltre, la sinfonia celeste pitagorica era monofonica poiché ogni pianeta emetteva una singola nota, mentre per Keplero, diventa polifonica, in quanto ogni pianeta durante il proprio moto di rivoluzione attorno al Sole, in conseguenza della continua variazione della sua velocità, è capace di emettere successivi suoni di diverse altezze compresi in un certo intervallo musicale. Infatti, l'altezza di tali suoni era ritenuta, da Keplero, proporzionale alla velocità del pianeta, per cui all'afelio ciascun pianeta emette il suono più grave mentre al perielio emette il suono più acuto e, quindi, nell'arco della

54 Recenti studi dello storico della scienza franco-russo Alexandre Koyré hanno mostrato che la seconda legge, pur essendo esatta, è stata ricavata da Keplero con calcoli errati e partendo dalla premessa errata che la velocità della Terra fosse inversamente proporzionale alla sua distanza dal Sole. Inoltre Koyré stabilì che questa legge venne ricavata prima della prima legge sulle orbite ellittiche (Alexandr Koyré, *La rivoluzione astronomica. Copernico, Keplero, Borelli*, Milano, Feltrinelli, 1966.).

propria traiettoria celeste, compreso tra afelio e perielio, emette tutti i suoni dell'intervallo delimitato fra essi.

Keplero analizzò in dettaglio le singole orbite ellittiche dei pianeti avvalendosi della mole di dati osservativi ereditati dal grande astronomo Tycho Brahe al quale successe nel 1601 come matematico



Fig. 17 - Le “voci” dei pianeti secondo Keplero.

e astronomo imperiale a Praga. Scopri che i rapporti fra le lunghezze degli archi di orbita ellittica percorsi da ciascun pianeta in un giorno al perielio e all'afelio sono identici ad alcuni intervalli musicali e a parti vocali, concludendo che:

- Mercurio (rapporto $12/5$, ottava+terza minore) ha la “voce” di un soprano;
- Marte (rapporto $3/2$, quinta) ha la “voce” di un tenore;
- Saturno (rapporto $5/4$, terza) ha la “voce” di un basso;
- Giove (rapporto $6/5$, terza minore) ha la “voce” di un basso;
- Terra (rapporto $16/15$, semitono) ha la “voce” di un alto;
- Venere (rapporto $24/25$, comma pitagorico) ha la “voce” di un alto.

Sulla base di queste osservazioni, Keplero tentò di scrivere quella sinfonia celeste già preconizzata da Pitagora, che facesse cantare tutti i pianeti, ma trovò qualche difficoltà dovuta alle scale troppe strette della Terra e di Venere. Vi rinunciò e concluse che la sinfonia celeste doveva essere stata suonata da Dio soltanto all'atto della creazione e che lo sarà di nuovo al momento del giudizio universale. Nel 1957

Paul Hindemith scriverà un'opera intitolata *Armonia del mondo* dedicata proprio al tentativo musicale di Keplero.

La terza legge di Keplero sulle orbite planetarie afferma l'uguaglianza, per tutti i pianeti del sistema solare, del rapporto fra il quadrato del tempo di rivoluzione attorno al Sole e il cubo della distanza media da esso.⁵⁵

La sua formulazione matematica, ottenibile dall'applicazione della legge di gravitazione universale di Newton, è:

$$\frac{T^2}{R^3} = \frac{4\pi^2}{GM}$$

essendo T il periodo di rivoluzione del pianeta, R la distanza media fra Sole e pianeta, M la massa del Sole e G la costante di gravitazione universale.

L'origine della terza legge è strettamente collegata al misticismo pitagorico dell'armonia delle sfere, come tradisce lo stesso titolo dell'opera nella quale fu pubblicata, *Harmonice Mundi*. Sembra, infatti, che Keplero abbia tratto l'idea degli esponenti 2 e 3 che vi figurano dalla frazione 2/3 che definisce l'intervallo di quinta nella scala musicale pitagorica.

Isaac Newton (1642-1727) da giovane scrisse un trattato,⁵⁶ che però non fu pubblicato, sulla teoria musicale contenuta nell'opera di Severino Boezio *De institutione musica* del 510 a.C. circa. Trovò per primo un'analogia fra le note musicali e i colori. Nel 1666 sir Isaac compì il famoso esperimento della scomposizione della luce con un prisma, dimostrando che la luce bianca non è omogenea, come si pensava, ma è dovuta alla "sovrapposizione" o "mescolanza" di sette colori: viola, indaco, blu, verde, giallo, arancione, rosso. Nel 1672, in un articolo intitolato *A Letter of Mr. Isaac Newton containing his New*

55 È doveroso ricordare che la terza legge sulle orbite planetarie era stata precedentemente formulata, indipendentemente da Keplero, dall'astronomo fiammingo Godefrid Wendelin, parroco di Herck-la-Ville. Tuttavia la scoperta di Wendelin non fu pubblicata e quindi, seguendo una regola universalmente riconosciuta, la paternità della terza legge va a Keplero che per primo la pubblicò. (*Storia della scienza*, a cura di Maurice Daumas vol. II, Bari, Universale Laterza, 1976, p. 212).

56 Piergiorgio Odifreddi, *Op. cit.*, p. 163.

Theory about Light and Colors e pubblicato nella rivista «Philosophical Transactions», espose la sua nuova teoria della luce e dei colori. Tale articolo costituisce anche la prima opera scientifica che lo rese noto.

A quei tempi era affermata la teoria di Cartesio che considerava la luce dovuta a vibrazioni di particelle. Si riteneva che la luce bianca fosse omogenea, cioè non scomponibile, e che i colori fossero invece dovuti agli specifici modi di vibrare dei corpi da essa illuminati. La teoria cartesiana della luce fu poi perfezionata, come teoria ondulatoria, dal fisico, biologo, geologo e architetto inglese Robert Hooke (1635-1703) e dal fisico-matematico olandese Christian Huygens (1629-1675). Già nell'articolo delle «Philosophical Transactions» appaiono i dubbi di Newton sulla natura ondulatoria della luce e la sua idea favorevole a una teoria corpuscolare, che sarà poi esplicitamente esposta nella sua celebre *Opticks* del 1704.

Noi oggi accettiamo, per la luce, sia la teoria ondulatoria di Hooke-Huygens sia la teoria corpuscolare di Newton, in quanto alcuni fenomeni sono spiegabili con l'una e non con l'altra e viceversa. Giustificiamo la coesistenza delle due teorie semplicemente ammettendo che la luce abbia una duplice natura, ondulatoria e corpuscolare, che manifesta alternativamente. Occorre precisare, però, che ai tempi di Newton la natura ondulatoria della luce era attribuita alle vibrazioni delle particelle dei corpi e non, come in realtà è, del campo elettromagnetico. Per capirlo occorrerà aspettare l'apparizione del sommo fisico-matematico scozzese James Clerk Maxwell (1831-1879).

Newton seguì in un primo tempo la teoria ondulatoria, ma dopo l'esperimento del prisma la modificò introducendo il concetto che i colori erano dovuti a "vibrazioni" con frequenze caratteristiche e non alle differenti proprietà di rifrazione dei corpi.⁵⁷ Compresse pure

57 Non è qui il caso di dilungarci oltre sulle concezioni della luce ai tempi di Newton, che oggi sappiamo essere errate. Newton stesso, pur essendo favorevole alla sua teoria corpuscolare, mantenne un comportamento "complesso" nei riguardi della teoria ondulatoria. Introdusse pure l'idea dell'etere, le cui vibrazioni saranno poi considerate costituire la luce. Ma oggi sappiamo, per merito di Albert Einstein, che l'etere non esiste e che la luce è un fenomeno vibratorio del campo elettromagnetico che si propaga per onde. Cfr. Paolo Rossi (a cura di), *Storia della Scienza*, vol. 1, Cles (TN), Gruppo Editoriale l'Espresso, 2006, pp. 422 e ssg.

che la luce visibile era formata dalla interferenza di colori all'interno di un intervallo di cui il rosso e il viola sono gli estremi, al di là dei quali sono l'infrarosso e l'ultravioletto non più visibili. Le frequenze del viola e del rosso stanno fra loro circa nel rapporto 2:1, lo stesso dell'ottava musicale. Da questa osservazione dedusse un'analogia fra i colori e le sette note musicali stabilendo la seguente corrispondenza:

la	si	do	re	mi	fa	sol
viola	indaco	blu	verde	giallo	arancione	rosso

Questa analogia fra colori e note musicali è stata poi ripresa da molti altri: Louis-Bertrand Castel nel 1740, Aleksandr Skrjabin nel 1913, Arnold Schönberg nel 1911, Gioacchino Russo⁵⁸ nel 1932 e dal filosofo Carmelo Ottaviano⁵⁹ nel 1968. Quest'ultimo considera lo spettro della luce allargato a comprendere le righe poco al di là del rosso e del viola, identificate come colori porpora e viola-scuro. I singoli colori dello spettro della luce hanno i seguenti valori della frequenza, espressa in trilioni di Hz (10^{12} Hz).⁶⁰

porpora	rosso	arancio	giallo	verde	azzurro	viola	viola scuro
396	446	495	528	594	660	743	792

Ottaviano rileva che i rapporti fra le frequenze dei vari colori e la frequenza del primo (porpora) sono esattamente uguali agli

58 Cfr. Gioacchino Russo, *La musica nei colori*, in «Bollettino dell'Associazione Ottica Italiana», n.3, maggio 1932.

59 Carmelo Ottaviano (1906-1980) è considerato uno dei pensatori più originali del Novecento. Docente universitario fin dal 1939, dal 1942 fu ordinario di storia della filosofia a Catania, Napoli e Cagliari. Fu anche docente di paleografia. Nel 1933 a Roma fondò l'importante rivista internazionale «Sophia, rassegna critica di filosofia e storia della filosofia». È autore di numerosi studi sul pensiero medievale, di scritti pedagogici e di notevoli lavori teoretici, molti dei quali di critica all'idealismo, che spiegano la sua posizione defilata rispetto alla filosofia dominante in quell'epoca e ne rilanciano l'importanza nel dibattito culturale attuale.

60 Hz è l'unità di misura della frequenza, in onore del fisico Heinrich Rudolf Hertz, ed è uguale a una oscillazione completa al secondo. I valori delle frequenze dello spettro della luce possono variare leggermente nella letteratura scientifica.

intervalli delle note musicali.⁶¹

porpora	rosso	arancio	giallo	verde	azzurro	viola	viola scuro
do	re	mi	fa	sol	la	si	do ₂
1	9/8	5/4	4/3	3/2	5/3	15/8	2

Janos Bolyai (1802-1860), uno dei creatori delle geometrie non-euclidee, era un ufficiale dell'esercito con un carattere piuttosto particolare. Come riferisce Cesare Lombroso nella sua opera *L'uomo di genio*, una volta provocò tredici ufficiali che lo sfidarono a duello: li affrontò tutti lo stesso giorno, ma tra un duello e l'altro volle suonare il violino, di cui era compagno inseparabile.⁶²

La maggior parte dei fisici del XIX secolo, soprattutto tedeschi, sapeva suonare qualche strumento musicale: il fisico-matematico austriaco Paul Ehrenfest (1880-1933) suonava il pianoforte e in particolare amava suonare assieme ad Albert Einstein le sonate di Brahms.

Albert Einstein (1879-1955), oltre il pianoforte, amava suonare soprattutto il violino e lo faceva non appena aveva un po' di tempo libero, anche con i Reali del Belgio.



Fig. 18 - Max Planck al pianoforte.

I due creatori della fisica quantistica, Werner Karl Heisenberg (1901-1976) e Max Planck (1858-1947) erano buoni pianisti. Specialmente Planck era un ottimo musicista: fece parte del coro della sua Università a Berlino, compose alcune canzoni e persino un'operetta, *Liebe im Walde* (*Amore nel bosco*), e oltre il pianoforte suonava il violoncello e l'organo.

In Italia il matematico Giuseppe Marletta (1878-1943), del quale ho notizie dirette essendo stato un intimo amico della famiglia dei miei nonni paterni (Nicotra Toscano), era un valente compositore e appassionato

61 Carmelo Ottaviano, *La legge della bellezza come legge universale della natura*, Padova, CEDAM, 1970, pp. 31,39.

62 Cesare Lombroso, *L'uomo di genio*, Milano, Fratelli Bocca editore, 1894, p. 102.

pianista. Come matematico a lui si devono importanti sviluppi negli "iperspazi" e l'introduzione degli "ultraspazi" in geometria, spazi a infinite dimensioni.⁶³ Come compositore:



Fig. 19 - Giuseppe Marletta.

... pose in musica il canto del Leopardi *A se stesso* [...] la *Dedica de le Ricordanze* di Mario Rapisardi e le due ottave del canto V del *Lucifero: Mira intorno o fanciulla..* e la seguente. Compose una lirica intitolata *Addio*. Musicò un duettino, che farebbe la fortuna di uno spettacolo di varietà, intitolato *La mascherina*, di cui scrisse anche la poesia. [...] musicò *La notte di Suleica* di Ettore Romagnoli. [...] Musicò bei versi del forte e gentile Poeta Prof. Giuseppe Nicotra Toscano, e compose anche altri pregevoli brani musicali.⁶⁴

Un altro insigne matematico, Renato Caccioppoli (1904-1959) noto al grande pubblico attraverso il film *Morte di un matematico napoletano* a lui dedicato, passava spesso le notti a suonare il pianoforte, come riferisce Luciano De Crescenzo, che lo ebbe come professore di analisi matematica alla Facoltà di Ingegneria dell'Università Fe-

63 Giuseppe Marletta (1878-1943) dal 1914 fu professore incaricato di geometria analitica, proiettiva, descrittiva e superiore all'Università di Catania e poi ordinario di geometria proiettiva e descrittiva nella stessa Università dal 1926 al 1943. Così lo rievoca Renato Cappelso in un incisivo e appassionato ritratto: «Matematico a sé stante, simile a certi vigorosi arbusti che nascono spontaneamente in Sicilia, fu Giuseppe Marletta (1878-1943), che tenne accesa a Catania, per quasi mezzo secolo la fiaccola della geometria. [...] Affettuoso, corretto, dotato di una probità che poche volte in vita mia ho incontrato, fu per me un amico impareggiabile e indimenticabile. Alto di statura ed agile nel portamento, come alto ed agile era il suo pensiero; restio a qualunque forma d'espansione rumorosa; silenzioso negli affetti come nell'accanito travaglio dei suoi studi, aveva negli occhi una luce inconfondibile, una luce che rivelava la continua attività del suo spirito e il fervore di pensiero che, incessante, gli ribolliva nella mente...» (Pietro Nastasi, *Le scuole di Matematica nel Sud d'Italia dall'Unità alla Repubblica. La matematica all'Università di Catania*, in <http://matematica-old.unibocconi.it/nastasi/scuolesud/scuolesud3.htm>, riproduzione del saggio di P. Nastasi *Alcune scuole di matematica nel Meridione dall'Unità alla Repubblica* pubblicato nel volume di AA. VV. *La Scienza nel Mezzogiorno dopo l'Unità d'Italia*, Soveria Mannelli, Rubbettino, 2009. Cfr. anche Rossana Tazzioli, *La matematica all'Università di Catania dall'Unità alla riforma Gentile*, in «Annali di Storia delle università italiane», Volume 3 (1999).

64 Francesco Marletta, *In memoria di Giuseppe Marletta. Pubblicazione della Scuola Marletta e del Centro di Studi Rapisardiani*, Catania, Tipografia Fratelli Nobile, 1944, pp.8-9..

derico II di Napoli:

Il Maestro questa notte non deve aver dormito: avrà conversato d'amore e di politica, suonato il pianoforte, bevuto e cantato. Di notte lui non ama restare solo: va in giro per le strade di Napoli, frequenta i piccoli bar dei quartieri spagnoli, a vico Sergente Maggiore prende un cognac, a via Nardones una grappa, e poi, quando non c'è proprio più nessuno con cui discutere, ritorna a casa facendosi via Chiaia a piedi. E ora eccolo, fresco come una rosa, che entra [nell'aula] tra un uragano di applausi. Saluta con un ampio gesto della mano (una mano da "pianista»).⁶⁵

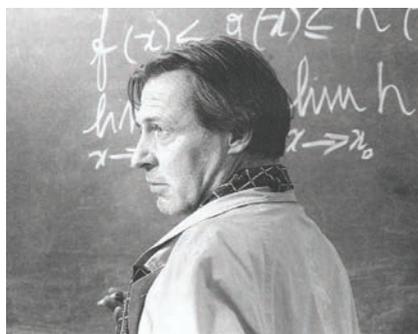


Fig. 20 - Renato Caccioppoli.

8 - Le trasformazioni geometriche nella musica

Un'altra presenza della matematica nella musica è costituita dall'applicazione di trasformazioni geometriche isometriche, che alcuni celebri musicisti hanno applicato nelle loro composizioni.

Una trasformazione geometrica è una corrispondenza biunivoca che associa ad ogni punto A del piano uno e un solo altro punto A' dello stesso piano, detto immagine. Una trasformazione geometrica è isometrica o semplicemente una isometria (dal greco *isos* = uguale e *metron* = misura) se lascia invariate le distanze fra i suoi punti, ovvero se la distanza fra due qualsiasi punti A e B del piano risulta uguale alla distanza fra le loro immagini A' e B' . Le isometrie sono quattro: la traslazione, la simmetria assiale, la simmetria centrale e la rotazione.

Nella musica, specialmente barocca e settecentesca, è possibile trovare vari esempi di applicazione della traslazione e della simme-

⁶⁵ Luciano De Crescenzo, *Storia della filosofia greca. Da Socrate in poi*, Milano, A. Mondadori, 1986, pp. 215-216.

tria assiale. Dell'uso della simmetria in musica si è già parlato a proposito dei canoni di Bach.

La traslazione è un'isometria che associa ad ogni punto A del piano un punto A' tale che il segmento orientato AA' abbia modulo, direzione e verso costanti.

Considerata una retta r del piano detta asse di simmetria, la simmetria assiale è invece un'isometria che a ogni punto A del piano associa un punto A' nel semipiano opposto rispetto a r in modo che r sia l'asse del segmento AA', ossia r sia perpendicolare ad AA' e passi per il suo punto medio. Volendo trovare un'analogia fisica, la simmetria assiale è l'equivalente sul piano di ciò che, nello spazio, si realizza specchiando un oggetto. L'asse di simmetria corrisponde nel piano allo specchio nello spazio.

La trasposizione delle isometrie dal piano al pentagramma richiede naturalmente alcune sostituzioni: il piano con il pentagramma, l'ordinata y e l'ascissa x del punto del piano rispettivamente con l'altezza e con la durata della nota.

Notevoli esempi di simmetria assiale si trovano in particolare nella musica di Franz Joseph Haydn (1732-1809) e di Wolfgang Amadeus Mozart (1756-1791). La simmetria assiale applicata a uno spartito musicale corrisponde al carattere palindromico di alcune parole: per es. *oro*, *otto*, *Anna*, ecc. L'asse di simmetria passa rispettivamente per la lettera r , fra le due lettere t e fra le due lettere n in ciascuno dei tre esempi. Tali parole, dette palindrome, possono essere lette nello stesso modo da sinistra verso destra e viceversa proprio perché possiedono un asse di simmetria.



Fig. 21 - Le prime quattro note della Sinfonia n. 5 di Ludvic van Beethoven. (Fonte: Giulia Maffeis, Op. cit.).



Fig. 22- Esempio di applicazione di simmetria assiale e traslazione nella Sinfonia n. 5 di Ludvic van Beethoven. (Fonte: Giulia Maffeis, Op. cit.).

al Principe von Lobkowitz ed al Conte von Rasoumoffsky
Ludwig van Beethoven (1770-1827)

SINFONIA n.5 in DO min. Op.67

RIDUZIONE PER PIANOFORTE (Ettore Pozzoli)

Allegro con brío

Fig. 23 - Prima pagina dello spartito della Sinfonia n. 5 di Ludvic van Beethoven. (Fonte: Giulia Maffeis, *Op. cit.*).

La *Sinfonia n. 47* di Haydn è detta *La palindrome* in quanto in essa il minuetto e il trio sono la stessa composizione ma eseguite in due versi opposti. Stessa cosa vale per i trii della *Serenata in do minore K388* e del *Quintetto in do minore K406* di Mozart . Questa possibilità di poter leggere palindromicamente la stessa musica da sinistra verso destra e viceversa è particolarmente evidente nel *Duo per violino e viola in sol maggiore K423* di Mozart, scritto su un solo foglio di spartito che viene letto dagli esecutori dei due strumenti da due lati opposti.

In tempi moderni altri compositori hanno adottato queste tecniche palindromiche: nel 1927 Paul Hindemith nell'opera *Avanti e indietro*.

La simmetria è stata applicata anche al ritmo (durata delle note), come nella danza del furore del *Quartetto per la fine dei tempi* scritto nel 1941 da Olivier Messiaen, nella quale compaiono ritmi con durate 3, 5, 8, 5, 3, tutti numeri della successione di Fibonacci.⁶⁶ L'asse di simmetria in questo caso passa per il numero 8.

Ludvic van Beethoven ha fatto un uso considerevole di traslazioni e simmetrie nella sua musica e in particolare nella *Sinfonia n. 5* che si apre proprio con una traslazione delle celebri prime quattro note, che vengono ripetute nelle battute immediatamente successive, ma un tono inferiore (figura 21).⁶⁷ In un altro esempio, tratto sempre dalla *Quinta* di Beethoven, si può invece notare l'applicazione contemporanea di una simmetria assiale e di una traslazione (figura 22).

In figura 23 è riportata la prima pagina dello spartito della *Sinfonia n. 5* di Beethoven, con evidenziate entro rettangoli le isometrie applicate alle note.

9. Il calcolo combinatorio nella musica

Un'altra traccia della matematica nella musica è il calcolo combinatorio che è stato applicato nelle loro composizioni da molti musicisti del Settecento.

Un allievo di Bach, Johann Philip Kinberger scrisse un *Compositore perpetuo di polacche e minuetti*, che per mezzo del tiro dei dadi consentiva di generare automaticamente brevi brani musicali a partire da frammenti predisposti.

Ma l'esempio più eclatante di *ars combinatoria* applicata alla musica lo si deve a Mozart. Nel 1793 viene pubblicata postuma la sua opera *Gioco di dadi musicale* contenente 176 battute di valzer con (sono parole di Mozart stesso) «istruzioni per comporne tanti quanti se ne vuole senza la minima conoscenza della musica, tirando due dadi». I valzer che si possono comporre in tal modo sono 11^{16} un numero

66 I numeri di Fibonacci costituiscono una progressione addizionale, cioè una successione numerica in cui un termine qualunque è la somma dei due precedenti: 1,1,2,3,5,8,....

67 Cfr. Giulia Maffei, *La musica di Keplero e la scienza di Beethoven* (4/4), in <http://www.fisicisenzapalestra.com/fisicamente/musica-e-scienza-4/>, 2016.

dell'ordine di grandezza di 45 milioni di centinaia di miliardi!

C'è anche chi ha creato contaminazioni fra informatica e musica. A metà degli anni Ottanta del secolo scorso, lo scienziato e compositore di musica classica Jaron Z. Lanier sviluppò alla VPL Research a Palo Alto (California) il linguaggio di programmazione Mandala, nel quale le istruzioni venivano impartite al computer disponendo sullo schermo delle icone che venivano messe in movimento. Nella figura 24, tratta dalla copertina di «Le Scienze», edizione italiana di «Scientific American» del novembre 1984, n. 195, è raffigurato un canguro che salta da un'icona a chiave tripla, che attiva un programma per canoni a tre voci, a un'icona che permette di visualizzare i dati nella notazione tradizionale, quindi a un cubetto di ghiaccio che congela la sequenza di salti. La chiave tripla si espande nel ciclo in basso eseguito una sola volta, lanciando a intervalli di quattro misure i tre uccelli che eseguono il canone. Ogni uccello rappresenta una sequenza di istruzioni per il computer, data sulla destra. La posizione degli uccelli sul pentagramma indica lo stato dell'esecuzione.

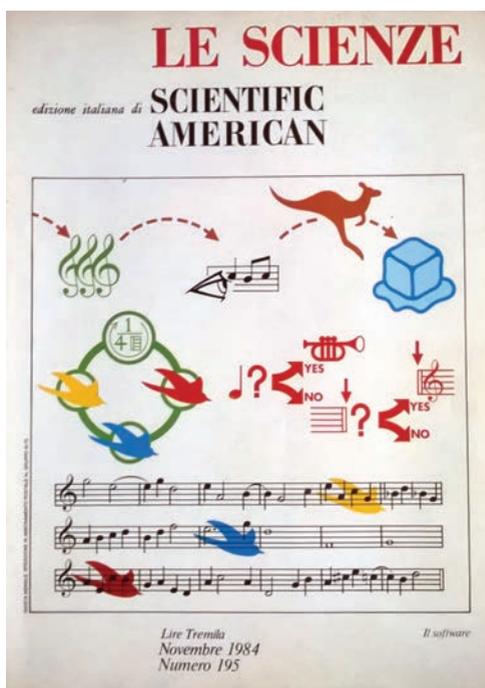


Fig. 24 - Copertina dell'edizione italiana di «Scientific American» del novembre 1984, n. 195.

10 - Dall' accordo maggiore alla legge della bellezza

Già dal XVIII secolo si sono susseguiti vari tentativi, più o meno corretti e parzialmente riusciti, di formalizzare in formule matema-

tiche le diverse espressioni di bellezza che è possibile ravvisare in natura e nelle opere dell'uomo. Ma una ricerca sistematica di una vera e propria legge della bellezza con i caratteri della universalità, permanenza e necessità è stata compiuta soltanto negli anni '70 del secolo scorso dal filosofo siciliano Carmelo Ottaviano, attraverso un suo originale approccio filosofico-scientifico. I risultati dei suoi lunghi anni di studio sull'argomento sono stati raccolti ed esposti, con numerose prove documentarie, in un grosso volume dal titolo *La legge della bellezza come legge universale della natura*, con una prima edizione del 1968 seguita da altre edizioni. Proprio dallo studio degli accordi musicali iniziano le ricerche dell'Ottaviano che lo condurranno a formulare la sua legge della bellezza, applicabile a tutto il mondo organico e inorganico:

Alcune ricerche condotte da vari anni a questa parte sui fondamenti matematici e logici dell'armonia musicale mi hanno portato alla scoperta di una relazione, che si è rivelata costante, ossia unica e identica pur nelle inevitabili oscillazioni, in tutte le manifestazioni dell'attività, per dirla con Aristotele, «poietica» dell'uomo, cioè in tutte le arti, dalla scultura all'architettura, alla poesia, alla pittura. Per questa sua proprietà essa è presentata ai miei occhi come una vera e propria legge, cioè come una espressione dotata dei tre requisiti essenziali che costituiscono e danno fondamento alla certezza di una conoscenza umana: l'universalità, la necessità e l'immutabilità.⁶⁸

L'accordo di terza-quinta-ottava (*do-mi-sol-do₂*) è noto come "accordo perfetto maggiore" in quanto è considerato l'accordo più consonante in assoluto. Un secondo accordo consonante che cade nell'ottava della scala musicale è quello di quarta-sesta-ottava (*do-fa-la-do₂*) noto come "secondo rivolto dell'accordo perfetto maggiore" ed è meno consonante di quest'ultimo. Considerando le frequenze delle note dell'accordo perfetto maggiore rapportate a quella del do_1 :

do	mi	sol	do ₂
1	$1 + 1/4$	$1 + 1/2$	2

68 Carmelo Ottaviano, *Op. cit.*, p. 9.

Ottaviano nota che gli intervalli formano una progressione addizionale:

intervallo do-mi	intervallo mi-sol	intervallo sol-do ₂
1/4	1/4	1/2

Infatti, i primi due intervalli si incrementano della stessa quantità (1/4), mentre il terzo risulta essere la somma dei precedenti: $1/2 = 1/4 + 1/4$: essi, quindi, costituiscono l'inizio di una progressione addizionale, nella quale, come è noto, ciascun termine è dato dalla somma dei due precedenti, come nella progressione di Fibonacci costruita a partire dalla coppia 1,1: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233...

Come precedentemente visto, Ottaviano applica la stessa analisi ai colori, ricordando l'analogia fra colori e suoni già scoperta da Newton: «i colori dello spettro visibile si susseguono con gli stessi intervalli o rapporti, con cui si susseguono le note musicali». Preso atto delle numerose analogie fra le note musicali e i colori fondamentali già rilevate da altri studiosi, Ottaviano applica ai colori fondamentali la stessa legge di armonia costituita dalla progressione addizionale dell'accordo perfetto maggiore:

Quattro colori sono intonati tra loro quando il quarto di essi differisce dal terzo per il doppio della differenza in frequenza esistente tra il primo e il secondo e tra il secondo e il terzo, uguale essendo la differenza in frequenza tra il primo e il secondo, e tra il secondo e il terzo.⁶⁹

La combinazione di colori porpora-arancio-verde-viola scuro corrisponde all'accordo perfetto maggiore do-mi-sol-do₂. Infatti le frequenze di quei colori (in trilioni di Hz) sono:

396 , 495, 594, 792

⁶⁹ C. Ottaviano, *Op. cit.*, p. 34.

e, quindi, riferite alla prima:

$$1, 1 + 1/4, 1 + 1/2, 2$$

ovvero gli intervalli seguono la stessa disposizione degli intervalli dell'accordo perfetto maggiore:

$$1/4, 1/4, 1/2$$

Il quartetto di colori porpora-arancio-verde-viola scuro è proprio quello che, con accenti molto poetici, Ottaviano rileva «in uno dei più belli tra i fenomeni della natura, il sorgere dell'aurora, quando il viola scuro o nero del cielo e del mare si tinge tremolando in arancio e si smorza in verde al tocco del raggio purpureo del Sole che sorge, e a mano a mano trionfa delle tenebre».⁷⁰ Proseguendo sulla stessa via, il filosofo di Modica estende la sua ricerca al campo della metrica in poesia, analizzando gli intervalli sillabici dell'«endecasillabo consonante», che comporta l'accento sulla seconda, quarta e decima sillaba, giungendo a risultati analoghi a quelli ottenuti per le note musicali e per i colori.

A questo punto Ottaviano si chiede: «Il rapporto armonico è rappresentato da una relazione necessaria parzialmente costante o uniforme tra valori numerici diversi?» Trova una risposta nella sua originalissima analisi filosofica del problema, che lo porta a individuare, in aggiunta ai giudizi analitici e sintetici, un terzo tipo di giudizi che battezza con il termine «sineterico», composto dal greco *sin* (*sÝn*) = con ed *eteros* (*šteroj*) = diverso. Mentre nel giudizio analitico il predicato è identico al soggetto («il circolo è rotondo»), nel giudizio sintetico il predicato è diverso dal soggetto («Giovanni è balbuziente»). Il giudizio analitico è necessario e universale (il circolo è necessariamente rotondo e tutti i circoli sono rotondi), ma è una pura tautologia in quanto afferma l'identità fra soggetto e predicato ($A = A$) ed è quindi infecondo poiché, di conseguenza, il predicato non aggiunge null'altro che non sia già nel soggetto. Il giudizio sintetico,

70 C. Ottaviano, *Op. cit.*, p. 34.

invece, è un giudizio fecondo, perché fornisce «intorno al soggetto una connotazione che non è implicita in esso, e quindi accresce il nostro sapere». Il rapporto fra predicato e soggetto, in esso, non è però necessario e universale. Il fatto di essere Giovanni non implica necessariamente l'essere balbuziente e non tutti i Giovanni sono balbuzienti. Il giudizio sintetico, dunque, è accidentale e contingente. I due tipi di giudizi hanno, pertanto, qualità complementari ma – osserva Ottaviano – «se la scienza umana non disponesse che di questi due tipi di giudizi, sarebbe senz'altro impossibile». Il geniale filosofo siciliano indica proprio nel giudizio sineterico l'unico tipo «con cui la mente umana ragiona, cioè da un lato pensa concetti e non parole, e dall'altro inventa e scopre relazioni o leggi nuove». Il giudizio sineterico, infatti, esprime la «connessione necessaria (*s'Ÿn*) nella diversità logica (*šteroj*) tra soggetto e predicato». Oltre ai giudizi sineterici Ottaviano individua anche dei «nessi sineterici». Mentre i primi constano di due membri (soggetto e predicato), i secondi constano di tre o quattro membri fra i quali quindi intercedono due o tre relazioni. I nessi sineterici sono per Ottaviano veri e propri tipi di ragionamento, poiché collegano tra loro giudizi sineterici. Giunge così a una prima conclusione:

Orbene - e questo è il punto che merita particolare attenzione - la legge che regola i fenomeni del bello, sia naturale che artistico, è proprio una legge di tipo sineterico, e precisamente della struttura a duplice o a triplice rapporto, e a tre o quattro membri o facce, come abbiamo visto.

L'accordo perfetto maggiore ci rivela infatti un legame necessario tra le quattro note do, mi, sol, do2, evidentemente diverse tra loro, legame dal quale nasce un rapporto triplice formalmente, duplice nel contenuto, negli intervalli 1/4, 1/4, 1/2, e triplice sia formalmente che nel contenuto nei valori 16, 17, 31 delle frequenze delle vibrazioni secondo il corista normale, tutti e tre diversi tra loro.⁷¹

E trae la seguente conclusione filosofica:

Tutte le espressioni del bello in tutte le arti sono rappresentate da nessi sineterici, quegli stessi nessi cioè con cui la mente umana

⁷¹ Carmelo Ottaviano, *Op. cit.*, pp. 43-44.

ragiona e inventa o scopre nell'intero ambito del sapere scientifico.

Il che significa: la bellezza non è che l'espressione della Razionalità o Logicità dal punto di vista del sentimento: per così dire, l'eco sentimentale della Razionalità o Logica.

11 - Conclusioni

Da queste brevi note, credo che si possa concludere con l'affermazione che in sintesi la simbiosi fra arte e scienza nella musica è espressa dal connubio di ragione e sentimento, facendo riferimento al primitivo significato di ragione intesa sia dai greci sia dai romani come rapporto numerico, denotato rispettivamente con i termini *logos* e *ratio*. Forse nessun'altra espressione artistica riesce più della musica a esprimere sensazioni e sentimenti con l'uso di rigorose regole matematiche. Senza la musica, la vita dell'uomo sarebbe letteralmente "sorda" ai sentimenti.